

С. А. Вагин

КОНТРОЛИРУЕМАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ НЕСГЛАЖЕННЫХ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

1. История метода

В 1989 г. А. А. Зоди опубликовал статью, посвященную простому способу преобразования кажущегося сопротивления в одномерный геоэлектрический разрез [7]. В дальнейшем М. Н. Бердичевский назвал этот способ методом контролируемой трансформации [1].

Суть метода Зоди заключается в следующем. Пусть сглаженная кривая зондирования кажущегося сопротивления $\rho_a(j)$ представлена в интервале периодов $T(j)$, $j = 1, \dots, N$. Построим стартовый $1D$ -разрез так, чтобы на глубине скин-слоя $D_w(j)$, вычисленной по формуле

$$D_w(j) = \sqrt{\frac{\rho_a(j)T(j)}{2\pi\mu_0}}, \quad (1)$$

удельное сопротивление разреза $\rho^{(0)}(j) = \rho_a(j)$.

Решим прямую $1D$ -задачу для модели $\rho^{(0)}(j)$, используя известное рекуррентное соотношение для импеданса [5]:

$$Z = - (i\omega\mu_0/n_1) \operatorname{th} \left\{ n_1 d_1 + \operatorname{arth} \left[\frac{n_1}{n_2} \operatorname{th} \left(n_2 d_2 + \dots + \operatorname{arth} \frac{n_{N-1}}{n_N} \right) \dots \right] \right\}, \quad (2)$$

где $n_j = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j \omega^2 + i\sigma_j \mu_j \omega}$, $\operatorname{Re} n_j > 0$; d_j — мощность j -го слоя.

Кажущееся сопротивление связано с импедансом на поверхности Земли по формуле

$$\rho_a(j) = \frac{T(j)}{2\pi\mu_0} |Z^2(j)|. \quad (3)$$

Вычислим стартовую невязку (итерация $l = 0$)

$$\varepsilon^{(l)} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{j=1}^N \left(\log \rho_a(j) - \log \rho_a^{m(l)}(j) \right)^2}. \quad (4)$$

Уточним модель по формуле

$$\rho^{(l+1)}(j) = \rho^{(l)}(j) \frac{\rho_a(j)}{\rho_a^{m(l)}(j)}. \quad (5)$$

Снова решим $1D$ -задачу и найдем невязку по $\rho_a^{m(1)}(j)$ и $\rho_a(j)$ (1-я итерация). Процесс будем продолжать до тех пор, пока невязка не достигнет погрешности исходных данных.

Этот алгоритм был дополнен Е. В. Андреевой и М. Н. Бердичевским предварительной трансформацией Молочнова—Ле Вьета [1].

Рассмотрим особенности алгоритма Зоди и сделаем некоторые выводы.

1. Ключевыми моментами метода являются жесткая привязка сопротивлений слоев к скин-слоям и взаимно-однозначное соответствие точек кривой зондирования и точек геоэлектрического разреза.

2. Алгоритм требует сглаженного массива кажущихся сопротивлений, представленного на достаточно полной сетке периодов. Отметим, что массив слоев по алгоритму имеет ту же размерность, что и массив периодов. Каким бы методом ни происходило сглаживание, оно будет некорректным с точки зрения самого метода магнитотеллурического зондирования, если не принять специальных мер.

3. Алгоритм уязвим в случае, если отдельные части кривой кажущегося сопротивления не удовлетворяют условиям [2]:

$$\left| \frac{d \lg \rho_a(i, j)}{d \lg \sqrt{T(j)}} \right| \leq 2, \quad \left| \frac{d^2 \lg \rho_a(i, j)}{d (\lg \sqrt{T(j)})^2} \right| \leq 4. \quad (6)$$

4. Исследования показали, что алгоритм работает, если в качестве начального разреза взять проводящее полупространство (все слои равного сопротивления): уже через несколько итераций почти нет разницы, какая была взята начальная модель [3]. Это сближает алгоритм контролируемой трансформации с решением обратной задачи методом подбора.

5. Сглаживание результатов интерпретации нужно делать самим методом магнитотеллурического зондирования.

2. Алгоритм контролируемой трансформации негладких магнитотеллурических данных с изменением геометрии разреза

Постановка задачи следующая. Даны дискретные значения модуля кажущегося сопротивления в зависимости от периода:

$$T(j), \quad \rho_a(j), \quad j = 1, \dots, N. \quad (7)$$

Требуется найти геоэлектрический разрез.

Будем искать решение в классе одномерных моделей. Для этой цели рассмотрим $1D$ -слоистую среду, возбуждаемую плоской электромагнитной волной.

Мощности слоев $d(j)$ связаны с глубиной скин-слоя:

$$d(1) = D_w(1), \quad d(2) = D_w(2) - D_w(1), \dots, \quad d(j) = D_w(j) - D_w(j-1), \dots \quad (8)$$

Приведем описание алгоритма контролируемой трансформации негладких данных с изменением геометрии разреза.

1. Начальная модель берется в виде N -слойного разреза, сопротивления слоев которого равны между собой:

$$\rho^{(0)}(j) = \exp \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \log \rho_a(j) \right). \quad (9)$$

Пусть стартовое кажущееся сопротивление $\rho_a^s(j) = \rho^{(0)}(j)$.

2. Формируем массив слоев $d^{(0)}(j)$ по формулам (1) и (8) для кажущихся сопротивлений $\rho_a^s(j)$ и решаем 1D-прямую задачу для начальной модели: $d^{(0)}(j)$, $\rho^{(0)}(j)$ и $T(j)$. Получим массив кажущихся модельных сопротивлений $\rho_a^{m(0)}(j)$ для начального приближения. По формуле (4) находим стартовую невязку.

3. Уточнение сопротивлений слоев разреза делаем итеративно по описанному выше методу Зоди, контролируя процесс невязками. Процесс прекращаем, когда невязки стабилизируются. Если невязки не достигли уровня погрешности входных данных, то возвращаемся к п. 2 и строим все заново, используя в качестве $\rho_a^s(j)$ модельные кажущиеся сопротивления, полученные в п. 3. Затем опять переходим к п. 3.

Таким образом, в результате двух циклов (один вложен в другой) в алгоритме изменяются не только сопротивления слоев, но и их мощности.

4. При выходе из двух циклов возьмем в качестве экспериментальной кривой зондирования полученную модельную кривую зондирования $\rho_a^{md}(j) = \rho_a^m(j)$ и проведем опять уточнение сопротивлений разреза по методу Зоди. Эта процедура обеспечивает сглаживание результатов интерпретации самим методом магнитотеллурического зондирования.

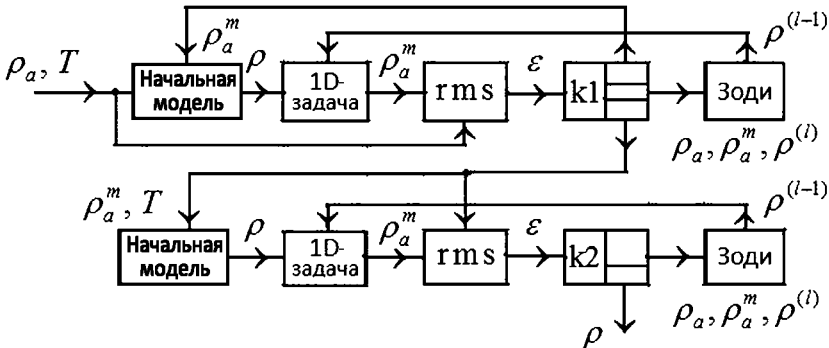


Рис. 1. Блок-схема алгоритма контролируемой трансформации несглаженных магнитотеллурических данных с изменением геометрии разреза

На рис. 1 приведена блок-схема описанного алгоритма. Встречающиеся одинаковые обозначения соответствуют приведенному алгоритму. Отметим также, что на блок-схеме дано минимальное количество пояснений, например, на блок 2, кроме $\rho(j)$, подаются еще массив мощностей $d(j)$ и массив периодов $T(j)$. То же самое происходит, когда на блок 2 вместо $\rho(j)$ подается $\rho^{(l+1)}(j)$.

3. Примеры применения рассмотренного алгоритма трансформации

В качестве первого примера рассмотрим 11-слойную модель, в которой проводящие слои по мощности составляют 1/5 от глубины их залегания. Рассчитаем кажущееся сопротивление по формулам (2) и (3), наложим нормальный шум (20%) и проинтерпретируем по программе контролируемой трансформации для несглаженных данных (рис. 2). То же самое сделаем по программе одномерной инверсии методом

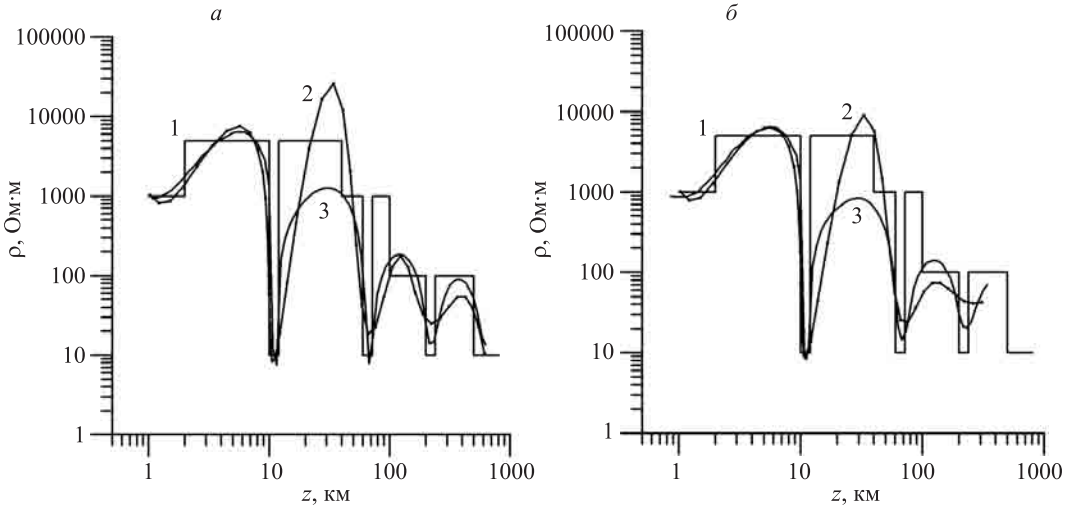


Рис. 2. Результаты интерпретации кажущегося сопротивления для теоретической модели: *a* — без шума; *b* — шум составляет 20%.

1 — модель; 2 — интерпретации по программе контролируемой трансформации; 3 — одномерная инверсия по программе МЛАР

Марквардта—Левенберга с адаптивной регуляризацией (МЛАР) [4]. На рис. 2, *a* приведены результаты интерпретации по обеим программам без шума, а на рис. 2, *b* — с указанным шумом. Обе программы, как в первом, так и во втором случаях, дали похожий результат. В первом случае определились девять из одиннадцати слоев, во втором — только семь. Отметим, что рассмотренная модель не из простых.

Перейдем к другому примеру — интерпретации глобальных магнитовариационных данных зондирования Земли (точки на рис. 3, *a*) [6]. На рис. 3, *b* приведены результаты интерпретации по предложенному алгоритму трансформации и по программе МЛАР. Обе программы дают одинаковые невязки — около 20%. Именно поэтому и был выбран в предыдущем случае такой же уровень шума. По программе контролируемой трансформации для негладких данных четко фиксируется зона на глубинах от 660 до 780 км (кривая 1, рис. 3, *a*), где удельное сопротивление почти не изменяется. Обычно это связывают с частичным плавлением вещества, т. е. это может быть второй астеносферой. Программа МЛАР это не отразила (кривая 3). На рис. 3, *a* (кривая 2) изображены сглаженные экспериментальные данные методом наименьших квадратов с использованием полиномов Чебышева. Результат трансформации этих сглаженных данных приведен на рис. 3, *b* (кривая 2). Для сглаженных данных трансформация почти не отразила возможной астеносферы. Кривая зондирования 1 на рис. 3, *a* соответствует модели 1 на рис. 3, *b*.

Возникает естественный вопрос, как относиться к тому, что более простая программа дает нам дополнительные особенности разреза, а более серьезная программа нет? Возможно, ответ следующий. В программе контролируемой трансформации с изменением геометрии разреза мы с самого начала разрез «привязываем» к физике задачи, учитывая данные по скин-эффекту. В программах инверсии этого обычно нет. В данном случае это косвенно можно сделать с программой МЛАР следую-

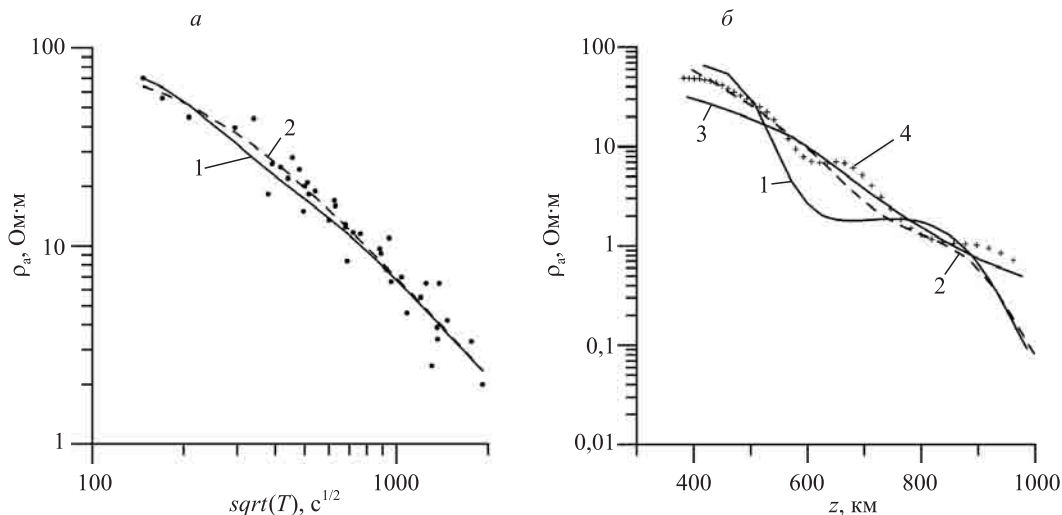


Рис. 3. Результаты 1D-интерпретации глобальных магнитовариационных данных: *a* — экспериментальные (точки) и модельные (1) значения кажущегося сопротивления, 2 — сглаженные экспериментальные данные; *b* — результаты интерпретации по программе контролируемой трансформации не-сглаженных (1) и сглаженных (2) данных, и по программе МЛАР (3). Разрез (4) соответствует 100 слоям на декаду в МЛАР

щим образом. В варианте, который нами использовался, было взято 30 слоев на одну декаду глубин. На рис. 3, *b* кривая 4 соответствует случаю 100 слоев на декаду глубин. Здесь уже видно, что мы как бы «зацепили» эффект, о котором мы говорим.

Проведенные в работе исследования всегда интересовали М. Н. Бердичевского. В них он видел радость непосредственного общения с магнитотеллурическим методом, которому посвятил себя. Автор посвящает эту работу Марку Наумовичу.

Указатель литературы

1. Андреева Е. В., Бердичевский М. Н. Контролируемая трансформация кривых МТЗ // Физика Земли. 1991. № 10. С. 89–94.
2. Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред. М.: Недра, 1992. 250 с.
3. Вагин С. А. Алгоритмы двухэтапного построения 1D- и 2D-геоэлектрических разрезов методом контролируемой трансформации // Вопросы геофизики. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001. Вып. 36. С. 154–159.
4. Вагин С. А., Сальцберг А. В. Одномерный алгоритм интерпретации магнитотеллурических данных с адаптивной регуляризацией // Вопросы геофизики. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2012. Вып. 44. С. 104–113.
5. Ковтун А. А. Использование естественного электромагнитного поля при изучении электропроводности Земли. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 196 с.
6. Ротанова Н. Н., Фискина М. В., Захарова О. К. Экспериментальные данные по глобальному магнитовариационному зондированию // Геомагнетизм и аэрономия. 1986. Т. 26, № 1. С. 75–90.
7. Zohdy A. A. A new method for the automatic interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves // Geophysics. 1989. Vol. 54, N 2. P. 245–253.