

УДК 550.384

MHD sources of multipoles in the Earth's core from 400 years of observations

S.V. Starchenko and S.V. Yakovleva

Pushkov Institute of terrestrial magnetism, ionosphere and radio wave propagation, Kaluzhskoe shosse 4, Troitsk, Moscow, 108840 Russia

e-mail: sstarchenko@mail.ru, svyakov@izmiran.ru

Abstract. Using IGRF (1900-2015) and gufm1 (1590-1990) geomagnetic models we have carried out approximate estimates of direct hydromagnetic sources of Gauss components corresponding to magnetic multipoles. For this purpose, we obtained logarithmic time derivatives of these components every 5 years. Just below the core-mantle boundary, each derivative is equal to the ratio of the corresponding source value derived from the magnetic induction equation to the component value. Also, it is natural to assume that this relation holds at least in average downwards into the core. These ratios or, in other words, relative hydromagnetic sources are determined by driving velocity gradients, angles between the geomagnetic field and the velocity field, and to a lesser degree by magnetic diffusivity. New exponential spectral analysis of various frequencies of generation-dissipation is proposed for different time intervals. We obtained major exponential periods and secular variations, which allow a precise separation of the observed geomagnetic field evolution into intervals of "quiet" and "disturbed" field. Since 1900 the quiet field is characterized by low-amplitude variations of typical frequencies or values of relative hydromagnetic sources around about $1/(66 \text{ yrs})$. The field disturbance starts with an abrupt increase of these frequencies up to $\sim 1/(5 \text{ yrs})$. Afterwards, a brief stabilization occurs at this level followed by an abrupt or stepwise return to "quiet" frequencies.

Key words: geomagnetic variation sources, expansion in terms of spherical harmonic functions, spectra

МГД источники мультиполей в ядре Земли по наблюдениям за 400 лет

С.В. Старченко, С.В. Яковлева

Федеральное Государственное Бюджетное Учреждение Науки Институт Земного Магнетизма, Ионосферы и Распространения Радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской Академии Наук (ИЗМИРАН), 108840, Россия, Москва, Троицк, Калужское шоссе 4.

e-mail: sstarchenko@mail.ru, svyakov@izmiran.ru

Аннотация. Используя IGRF (1900-2015) и gufm1 (1590-1990) модели геомагнитного поля мы оценили непосредственные гидромагнитные источники мультиполярных компонент Гаусса. Для этого были получены логарифмические временные производные всех доступных компонент каждые 5 лет. Сразу под границей ядромантия каждая производная равна отношению величины соответствующего источника из уравнения магнитной индукции на величину компоненты, а глубже – естественно предположить, что это соотношение примерно так же выполняется в среднем. Эти отношения или относительные гидромагнитные источники в основном определяются градиентами скорости течений, углами между магнитным полем и полем скорости, а в меньшей степени – магнитной диффузией. Предложен новый экспоненциальный спектральный анализ всевозможных частот генерации и диссипации на различных временных интервалах. Выявлены основные экспоненциальные периоды и вековые периодичности, которые позволяют разбить наблюдаемую эволюцию геомагнитного поля на четко разделяющиеся интервалы «спокойного» и «возмущенного» поля. С 1900 года спокойное поле характеризуется малыми вариациями типичных частот или величин относительных гидромагнитных источников около $1/(66 \text{ лет})$. Возмущение поля начинается с резкого роста этих частот вплоть до $\sim 1/(5 \text{ лет})$.

Далее – краткая стабилизация у этого уровня с последующим резким или ступенчатым возвратом к «спокойным» частотам.

Ключевые слова: источники геомагнитных вариаций, разложение по сферическим гармоникам, спектры

Гидромагнитные источники геомагнитных сферических гармоник и исходные данные

Главное потенциальное геомагнитное поле \mathbf{B}_U удовлетворяет известному разложению Гаусса [2], которое действительно вглубь Земли от ее радиуса a до радиуса жидкого ядра c :

$$\mathbf{B}_U = -\nabla U, U = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(t) \cos m\varphi + h_n^m(t) \sin m\varphi] P_n^m(\cos \theta) |r \geq c. \quad (1)$$

Внутри ядра порождающее \mathbf{B}_U поле \mathbf{B}_P тоже разложим на сферические гармоники:

$$\mathbf{B}_P = \nabla \times \nabla \times (\mathbf{r}P), P = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n [G_n^m(t, r) \cos m\varphi + H_n^m(t, r) \sin m\varphi] P_n^m(\cos \theta) |r \leq c. \quad (2)$$

Радиальная компонента уравнения магнитной индукции приравнивает временную производную от радиального геомагнитного поля (представлена далее через полоидальный скаляр P и угловую часть оператора Стокса \hat{L} , умноженную на r^2) к его гидромагнитному источнику

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\hat{L}P}{r} \right) = \hat{\mathbf{r}} \cdot \nabla \times \left(\mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu\sigma} \right), \hat{L} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (3)$$

Используя (2-3), разложим по сферическим гармоникам им соответствующие гидромагнитные источники, которые определим через усредненные величины $(\bar{G}_n^m, \bar{H}_n^m)$:

$$n \frac{n+1}{r} (\dot{G}_n^m, \dot{H}_n^m) = \oint_{r=const} (\cos m\varphi, \sin m\varphi) P_n^m \hat{\mathbf{r}} \cdot \nabla \times \left(\mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu\sigma} \right) d^2r \equiv (\bar{G}_n^m, \bar{H}_n^m). \quad (4)$$

Определим теперь относительные гидромагнитные источники (R_n^m, S_n^m) , каждый из которых равен логарифмической производной от сферической гармоники (G_n^m, H_n^m) или отношению гидромагнитного источника из (4) к соответственно нормированной гармонике. Сразу под границей ядро-мантия эти относительные источники равны логарифмическим производным от соответствующих коэффициентов Гаусса. Глубже равенство (5) становится приближительным, если по аналогии с потенциальным полем (1) предположить, что эти относительные источники слабо зависят от r .

$$\left(\frac{\dot{g}_n^m}{g_n^m}, \frac{\dot{h}_n^m}{h_n^m} \right) \cong (R_n^m, S_n^m) \cong \left(\frac{\dot{G}_n^m}{G_n^m}, \frac{\dot{H}_n^m}{H_n^m} \right) = \left(\frac{\bar{G}_n^m}{n \frac{n+1}{r} G_n^m}, \frac{\bar{H}_n^m}{n \frac{n+1}{r} H_n^m} \right) \propto \frac{V}{d} s \approx \left(\frac{F}{c^2} \right)^{1/3} \propto \frac{1}{30 \text{ yrs}}. \quad (5)$$

В конце (5) мы оценили величины относительных источников через типичную скорость V , гидродинамический масштаб d и синус s угла между \mathbf{V} и \mathbf{B} . При этом мы пренебрегли

эффектами магнитной диффузии по сравнению с эффектами связанными со скоростью течений, что естественно для ядра Земли, в котором магнитное число Рейнольдса порядка или больше 10^3 . Rhines [3] выразил типичные гидродинамические величины V и d через поток плавучести или относительную мощность конвекции F . Эти выражения для быстро вращающейся с угловой скоростью Ω немагнитной системы совпали с законами масштабирования для гидромагнитных систем подобных геодинамо [1], а в [4] оценено s :

$$V = F^{2/5} c^{1/5} \Omega^{-1/5}, \quad d = F^{1/5} c^{3/5} \Omega^{-3/5}, \quad s = F^{2/15} c^{-4/15} \Omega^{-2/5} \quad (6)$$

Приведенные соотношения и $F=10^{-14}$ Вт/кг из [1, 4] дают две последние оценки в (5). А следующий далее анализ наблюдательных данных позволит решить и обратную задачу – непосредственно из наблюдений оценить F , которое определит V , d и s из (6).

Мы использовали данные *gufm1* модели [2] за период с 1590 по 1990 годы, а для 1995-2015гг. была использована *IGRF* модель. Данные для каждой из рассматриваемых эпох взяты через 5 лет, чтобы сохранить *IGRF* периодичность. Производные по времени от коэффициентов Гаусса оценивались на определенную эпоху с учетом двух последующих эпох. Это было сделано с учетом меньшей надежности старых данных по сравнению с новыми данными. Таким образом, мы получили все логарифмические производные или отношения производных к самим Гауссовым коэффициентам с 2005 по 1590 годы. Чтобы избежать деления на очень малое число, мы приближали линейно по соседним коэффициентам те редкие коэффициенты Гаусса, которые были слишком малы. В соответствии с (5) отождествим все эти логарифмические производные с относительными гидромагнитными источниками (R_n^m, S_n^m) , которые далее именуется как просто источники.

Особо отметим, что полученные нами источники имеют не только относительно узкий физический смысл в соответствии с (5), как произведение соответственно усредненного градиента скорости течения на синус угла между магнитным полем и скоростью. У этих, по сути, логарифмических производных есть и гораздо более широкий математический смысл. Каждый положительный источник задает мгновенную скорость экспоненциального роста по абсолютной величине, а отрицательный – скорость убывания в соответствии с очевидными формулами ($\Delta t_- = 5$ лет и $\Delta t_+ = 0$ в нашем случае):

$$g_n^m(t) = g_n^m(t_0) e^{R_n^m(t_0)(t-t_0)}, \quad h_n^m(t) = h_n^m(t_0) e^{S_n^m(t_0)(t-t_0)} \quad | \quad t_0 - \Delta t_- \leq t \leq t_0 + \Delta t_+ \quad (7)$$

Здесь t_0 рассматриваемый момент времени.

Эволюция осесимметричных источников

Эволюция полученных осесимметричных ($m=0$) источников представлена на рис. 1 (а-г), где видны четкие пики с примерно вековой периодичностью. Естественно предположить, что

вблизи этих пиков происходили существенные возмущения исследуемых источников и геомагнитного поля, которые, насколько нам известно, никто ранее не отмечал.

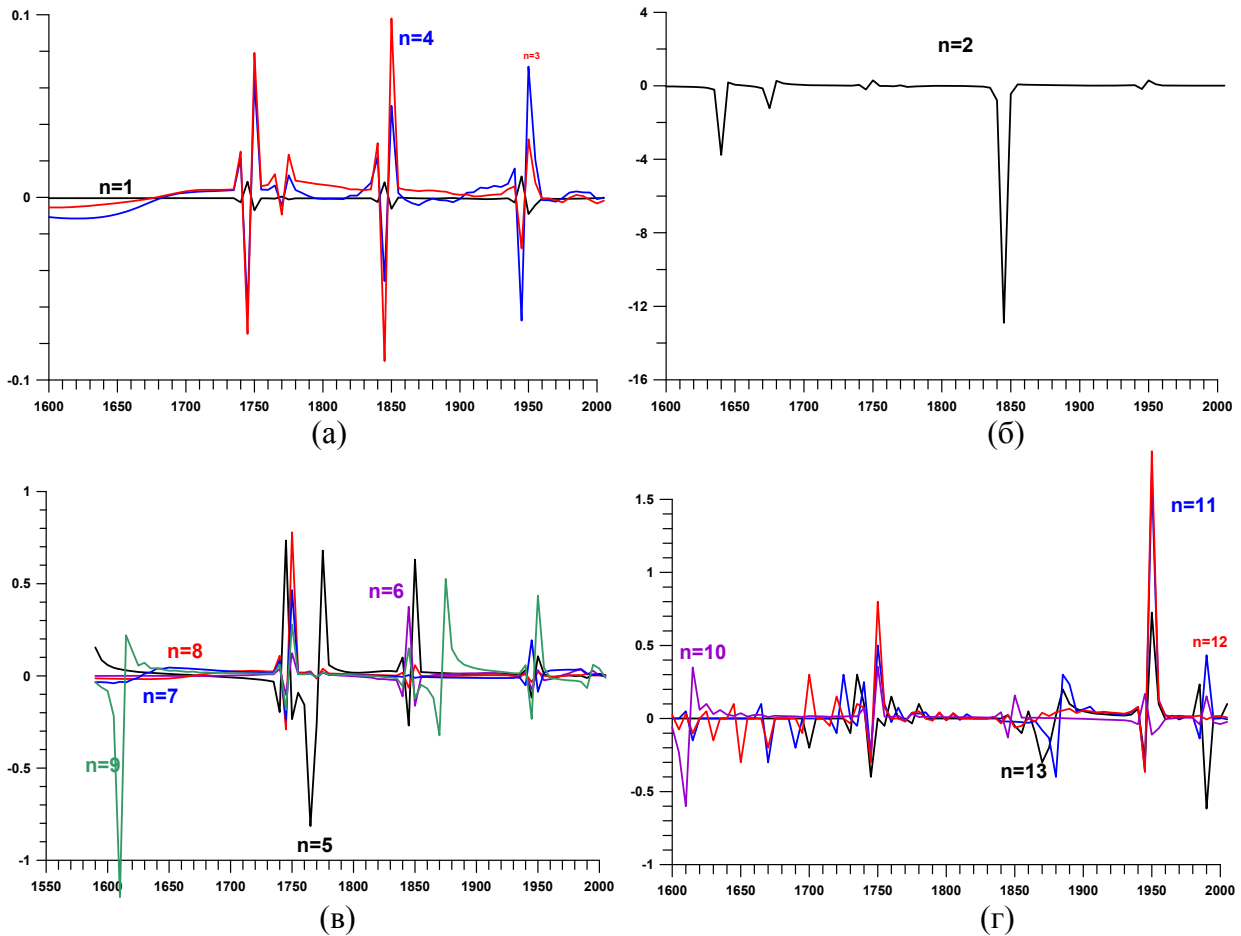


Рисунок 1. R_n^0 для $n = 1, 3, 4$ в 1/год (а), $n=2$ (б), $n = 6, 7, 8, 9$ (в) и $n = 10, 11, 12, 13$ (г).

Исходя из (5) можно заключить, что физическая природа подобных возмущений обусловлена существенным нарушением равновесия и соответственно – ростом s , которое в «спокойные» интервалы очень мало [4]. Самый мощный пик находится около 1950г., а самая изменчивая в этом плане гармоника – квадруполь с $n=2$. Для более детального частотно-временного анализа мы предлагаем далее свой экспоненциальный спектральный анализ.

Экспоненциальный спектральный анализ

Мы предлагаем новый экспоненциальный спектральный анализ, основанный на формулах (7). Экспоненциальный спектр осесимметричных источников изображен на рис. 2 за период с 1590 по 2005 годы. Соответствующие экспоненциальному росту позитивные реализации значений источников изображены штрихами на верхних частях диаграмм, а модули убывающих отрицательных реализаций – на нижних. На каждой диаграмме справа указана разница между числом положительных и отрицательных реализаций в процентах от общего числа всех реализаций. Назовем этот процент – коэффициентом рост-убывание или КРУ. Он положителен и ограничен +100% при преобладающем росте или генерации модуля исходной

величины (коэффициента Гаусса или гидромагнитного источника в этой работе) и отрицателен с ограничением -100% при убывании или диссипации.

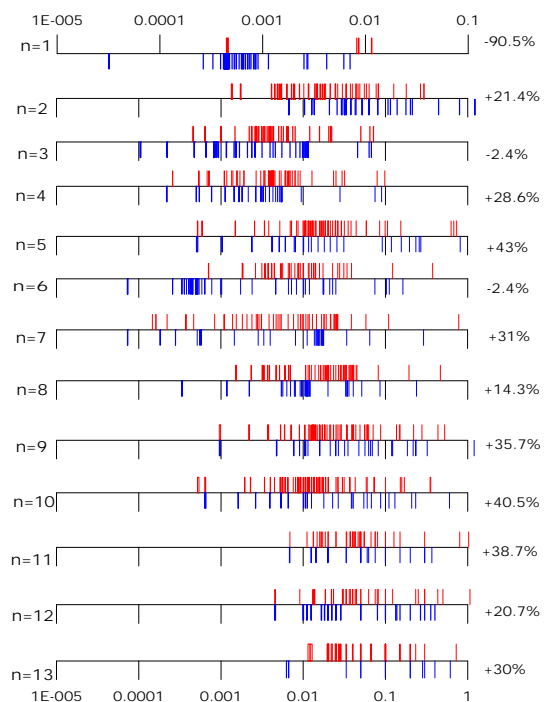


Рисунок 2. Экспоненциальный спектр в 1/год за 1590-2005гг. для источников R_n^0 .

Из рис. 2 видно, что осевой диполь весьма существенно убывает, поскольку его источник R_1^0 имеет близкий к минимально возможному КРУ = -90.5%. При этом подавляющее большинство остальных осесимметричных гармоник Гаусса преимущественно растет. Это может быть обусловлено тем, что мы живем в преддверии инверсии или экскурса. Квадрупольный спектр ($n=2$) существенно отличается от всех остальных своей «силой» или сдвигом в область более мощных значений генерации и диссипации. Это и обуславливает его необычную, по сравнению с другими источниками, эволюцию. Из рис. 2 видно, что более сложные гармоники (больше n) требуют и более мощных источников.

Эта тенденция подтверждается соответствующими трендами на рис. 3, где изображены среднегеометрические величины для осесимметричных источников. Среднегеометрическое от среднегеометрических значений 0.015 для всех положительных реализаций (см. +0.015 на рис. 3) превосходит 0.013 для отрицательных (-0.013 на рис. 3).

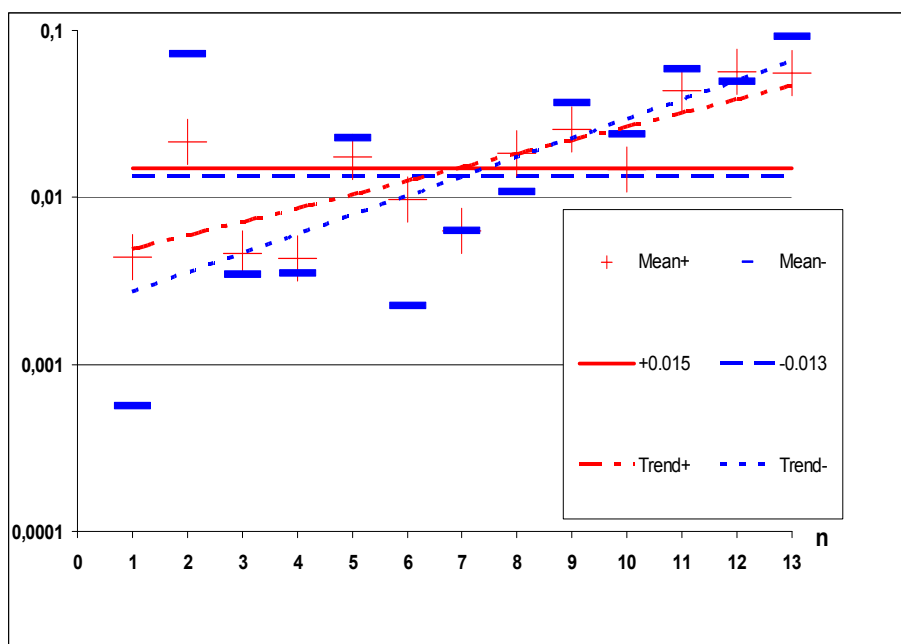


Рисунок 3. Среднегеометрические R_n^0 и их тренд.

Таким образом, генерация доминирует над диссипацией. Типичное время экспоненциально роста составляет 67 лет ($1/0.015$), а убывания – 77 лет ($1/0.013$). Естественно предположить, что эти усредненные по азимуту значения соответствуют равновесному или «спокойному» полю.

Для выявления же частотно-временной природы ближайшего (~1950г.) существенного геомагнитного «возмущения» мы построили на рис. 4 экспоненциальные спектры для всех полученных R_n^m на каждую 5-летнюю эпоху с 1900 по 2005гг. Спектры с 1945 по 1950 годы весьма «сильные» со среднегеометрическими источниками около 0.2. 1940, 1955 и 1960-е «промежуточные» в несколько раз «слабее». Пик «возмущения» поля, по-видимому, действительно случился около 1950г. поскольку столь аномально мощная генерация была в точности сбалансирована диссипацией или $KPY=0$.

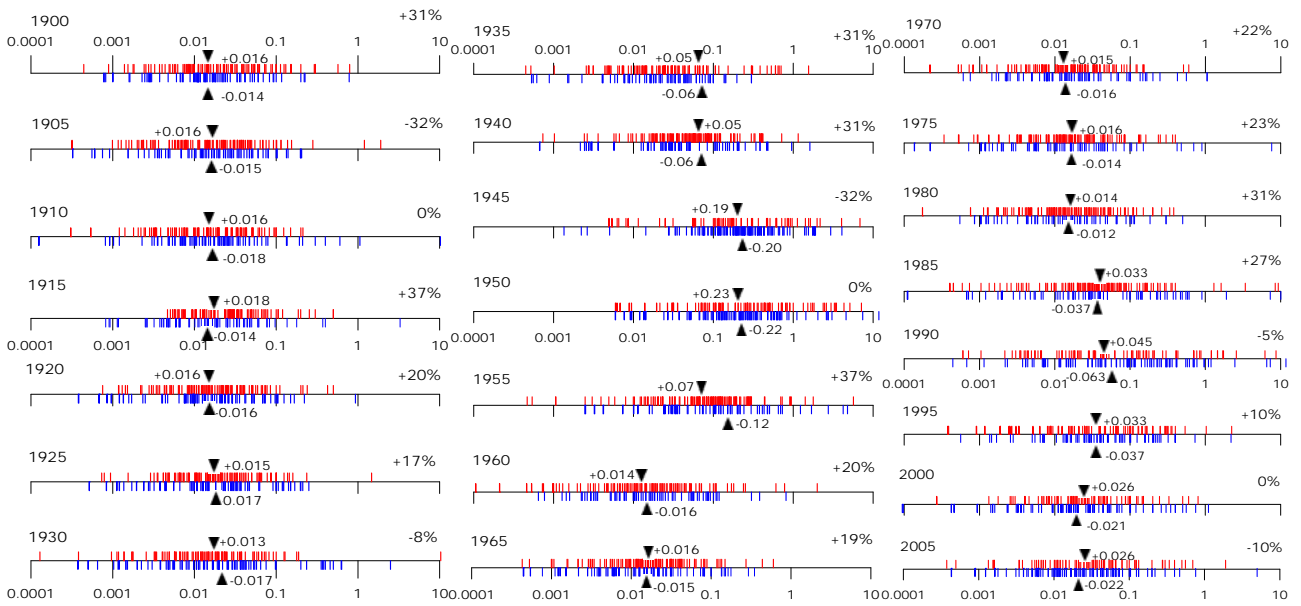


Рисунок 4. Экспоненциальные спектры в 1/год для всех R_n^m за 1900-2005 каждые 5 лет.

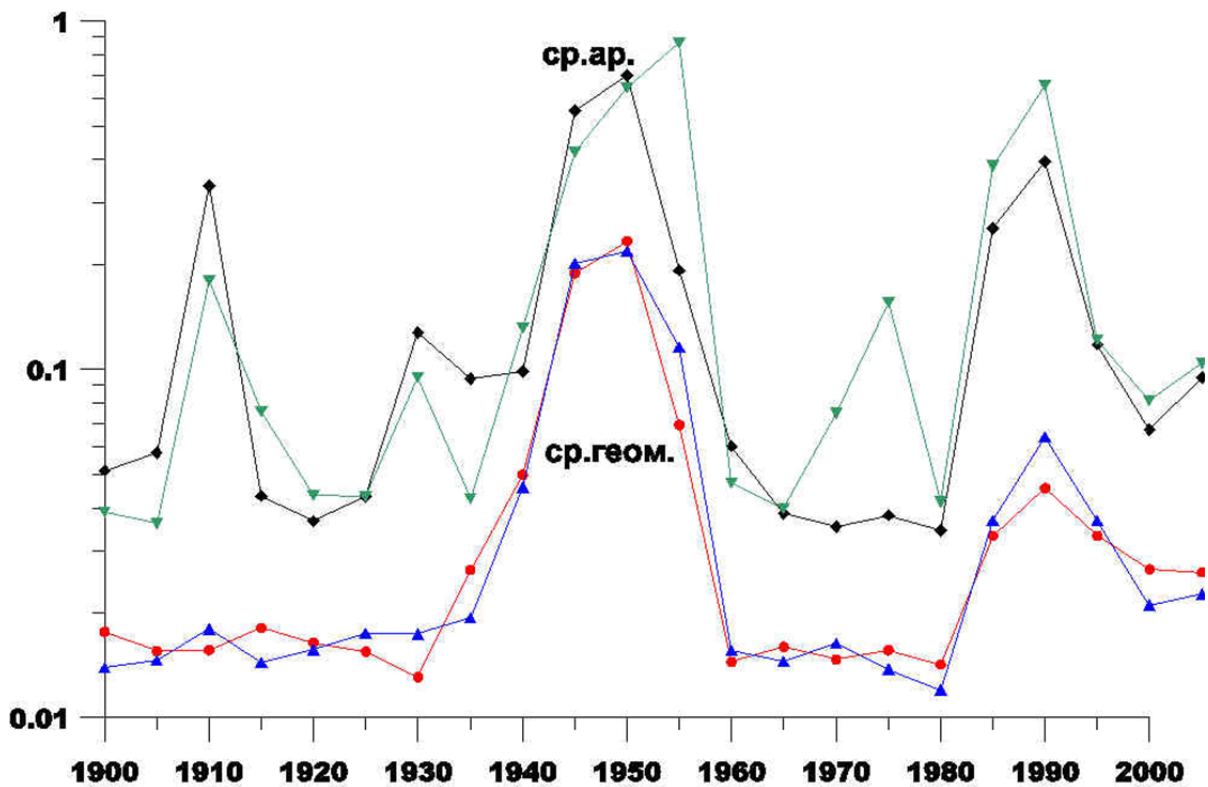


Рисунок 5. Среднее арифметическое (ср.ар.) и геометрическое (ср.геом.) для источников из рис. 4. Черная и красная линии – положительные значения, зеленая и синяя – отрицательные.

Для периодов “спокойного” поля (1900-1930 и 1960-1980), среднегеометрические величины источников составляют около 0.015 (см. рис. 4 и 5), что действительно близко к осредненным или «спокойным» осесимметричным значениям, как это предполагалось выше после рис. 3. Для “возмущенных” же периодов (1935-1955 и 1985-2005) абсолютная величина

источников резко возрастает на порядок (до 0.23 и 0.05), а затем резко (1960) или ступенчато (2005) убывает до «спокойных» величин. Среднегеометрическое ~ 0.03 за 1900-2005гг. дает из (5) $F \approx 10^{-14}$ W/kg, что хорошо согласуется с численными [1] и аналитическими [4] моделями.

Эта работа была частично поддержана грантом РФФИ № 16-05-00507 а.

Литература

1. Christensen U.R. Dynamo Scaling Laws and Applications to the Planets // *Space Sci Rev.*, 2010, vol.152, pp. 565-590.
2. Jackson A., Jonkers A. R. T., Walker M. R. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records // *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 2000, vol. A358, pp. 957–990.
3. Rhines P.B. Waves and turbulence on a beta plane // *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 69, pp. 417–433.
4. Starchenko S.V. Analytic base of geodynamo-like scaling laws in the planets, geomagnetic periodicities and inversions // *Geomagn. Aeron.*, 2014, vol. 54, no 6, pp. 694-701. (Выпуск публиковался только на английском языке).