

5. Рудяков А.Г. К выбору параметров группирования в сейсморазведке. - В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л., 1964, вып.7, с.194-201.

УДК 550.834.5

Д.В.Андреев, В.Г.Дятлов

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД АППРОКСИМАЦИИ ПОЛЕЗНЫХ СИГНАЛОВ КАРОТАЖНЫХ ДИАГРАММ

Задача обработки каротажных кривых на ЭВМ для получения информации о залежах нефти и газа в ловушках литологического типа, как и любая другая задача машинной интерпретации экспериментальных данных, неравномерно связана с математической формализацией исходного экспериментального материала, построением его математической модели [1]. Такая модель строится на основе априорных представлений интерпретатора о свойствах среды и условиях эксперимента для наиболее полного их учета при максимальных простоте, быстроте и эффективности разрабатываемого машинного алгоритма. Существуют разные способы обработки результатов геофизических исследований скважин [2], но применительно к анализу кривых ПС-каротажа в настоящее время нет достаточно быстродействующих машинных алгоритмов, позволяющих автоматизировать методику выделения и пространственной корреляции литологических наечек - ритмов осадконакопления - для выделения ловушек углеводородов неантиклинального типа.

В данной статье приводится статистический алгоритм геометрической формализации полезных сигналов, выделенных на диаграммах ПС-каротажа, т.е. участков кривых, несущих информации о песчаных или глинистых фациях ритмов. Этот алгоритм является одним из первых этапов построения автоматизированной системы обработки данных ПС-каротажа, полученных на множестве скважин и допускающих совместную интерпретацию. Выбранная математическая модель позволяет описать достаточно широкий класс возможных форм полезных сигналов, характеризующих различные конти-

пентальные, песчаные и глинистые фации ритмов осадконакопления и аналогичные морские отложения.

Следует отметить, что в предлагаемой статье не затрагивается проблема поиска и локализации полезных сигналов среди полного ансамбля зарегистрированных исходных данных, так как этот вопрос требует специального детального рассмотрения и частично был освещен в работе [3]. Сигнал предполагается локализованным, и задача заключается в поиске его физически оправданного и статистически оглаженного аналога, позволяющего в дальнейшем осуществить пространственное прослеживание пачек ритмов по экспериментальным данным множества скважин.

#### Выбор математической модели полезных сигналов ПС-диаграмм.

Анализ результатов интерпретации диаграмм ПС-каротаж дает основание сделать предположение о существовании специфической взаимосвязи между формами элементов ПС-кривых, характеризующих разные фации ритмов, и их генезисом. Наличие такой взаимосвязи может быть положено в основу алгоритма пространственной корреляции и прослеживания ритмов. В связи с этим возникает вопрос о выборе оптимальной математической модели полезных сигналов ПС-кривой, содержащих информацию об элементах ритмов осадконакопления. Не останавливаясь подробно на методике выделения полезных сигналов, отметим лишь, что, как обычно, вся кривая ПС-каротажа для конкретной скважины предполагается нормированной по амплитуде в интервале  $[0; 1]$  и расчленена вдоль оси глубин  $z$  уровнями 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8. Будем считать уровень 0,4 основанием полезного сигнала, характеризующего коллектор (песчаник), если мощность последнего не менее 10 м на этом уровне, а амплитуда  $\sigma_{ПС}$  на этом участке не опускается ниже уровня 0,5 (для полезного сигнала, характеризующего глины, примем за основание соответственно уровень 0,6).

Предполагается целесообразным геометрически аппроксимировать полезный сигнал в общем случае фигурой типа произвольной трапеции  $BCDE$  (рис.1,а), так как ее частными случаями являются различные фигуры типа треугольников (1-3), квадратов (4), прямоугольников и прямоугольных трапеций (5 на рис.1,б) в зависимости от вариации амплитуд  $A$  и размеров отрезков  $h'm'$ ,  $m'm''$ ,  $m''k'$ .

Предположим, что наблюдения амплитуд  $\alpha_{nc}$  получены вдоль оси глубин  $z$  в точках с равномерным шагом  $\Delta z$ . Расположим для удобства ось  $z$  горизонтально, а экспериментальные отсчеты сигнала (амплитуды  $\alpha_{nc}$ ) обозначим через  $U_k$  (штрихпунктирная кривая на рис. 1, а), где  $k = k', k'+1, k'+2, \dots, k''$ ;  $k'$  — координата (по глубине) начала сигнала;  $k''$  — координата конца сигнала. (Следует иметь в виду, что в данном случае ось  $z$  совпадает с линией уровня 0,4 на ПС-кривой. Полезный сигнал, характеризующий наличие глинистого слоя, будет иметь отрицательную амплитуду  $A$  и опираться на ось  $z$ , совпадающую с линией уровня 0,6.) Тогда экспериментальный полезный сигнал, характеризующий наличие слоя песка или глины, может быть записан в виде

$$U_k = f_k + n_k, \quad (1)$$

где  $f_k$  — детерминированная составляющая, характеризующая полезный сигнал, который имеет в общем случае форму трапеции BCDE (рис. 1, а);  $n_k$  — случайная компонента, характеризующаяся такими факторами, как влияние температурного градиента, проникновение пластовых вод в скважину, блуждающие теллурические токи, случайные ошибки регистрации и т.д. [2]. В простейшем случае в отношении  $n_k$  можно сделать допущения, что эта случайная компонента нормальна, некоррелирована, центрирована ( $\bar{n}_k = 0$ ) с неизвестной дисперсией  $\sigma^2$ .

В соответствии с рисунком 1, а неслучайная составляющая  $f_k$  полезного сигнала может быть представлена как

$$f_k = \begin{cases} a_1 + b_1 k \Delta z & \text{при } k' \leq k < m', \\ A & \text{при } m' \leq k \leq m'', \\ a_2 + b_2 k \Delta z & \text{при } m'' \leq k \leq k'', \end{cases} \quad (2)$$

где  $a_1, a_2, b_1, b_2, A, m', m''$  — неизвестные параметры.

Число неизвестных параметров может быть уменьшено в результате учета граничных условий в точках стыковки сторон трапеции:

$$a_1 + b_1 k' \Delta z = 0, \quad (3)$$

$$a_1 + b_1 m' \Delta z = A;$$

$$a_2 + b_2 m'' \Delta z = A, \quad (4)$$

$$a_2 + b_2 k'' \Delta z = 0.$$

Из систем уравнений (3) и (4) находим коэффициенты  $a_1, b_1, a_2, b_2$ :



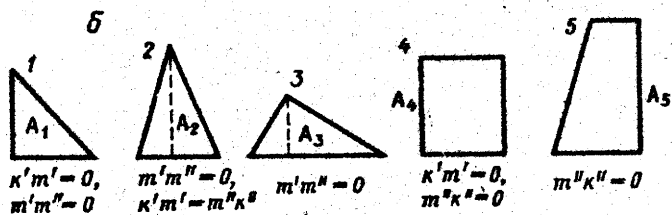
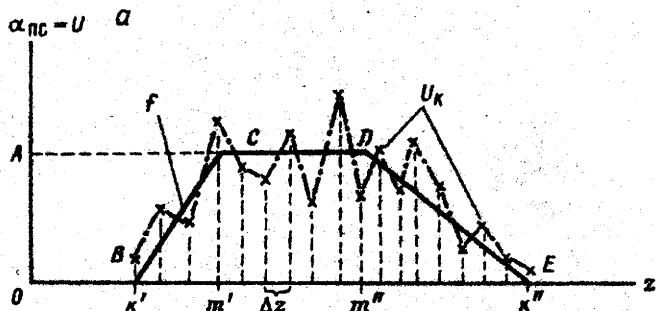


Рис.1.

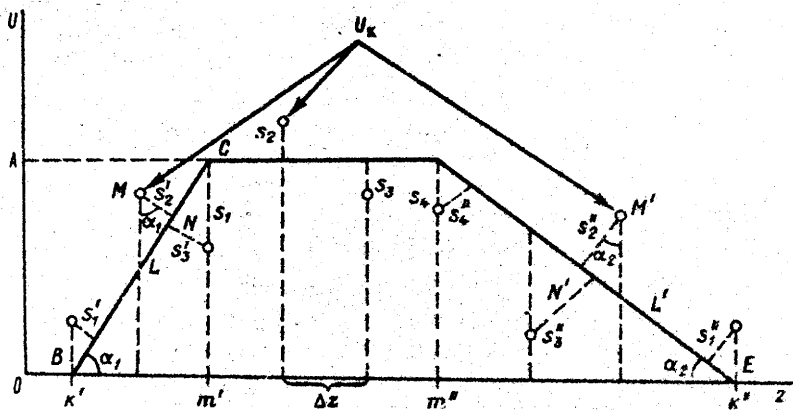


Рис.2.

$$\alpha_1 = \frac{-k'A}{m'-k'} , \quad b_1 = \frac{A}{(m'-k')\Delta z} ; \quad (5)$$

$$\alpha_2 = \frac{-k''A}{m''-k''} , \quad b_2 = \frac{A}{(m''-k'')\Delta z} . \quad (6)$$

Подставляя формулы (5) и (6) в систему уравнений (2), получим

$$f_k = \begin{cases} A(k-k')/(m'-k') & \text{при } k' \leq k < m', \\ A & \text{при } m' \leq k \leq m'', \\ A(k-k'')/(m''-k'') & \text{при } m'' < k \leq k''. \end{cases} \quad (7)$$

Итак, детерминированная составляющая полезного сигнала  $f_k$  может быть записана в виде

$$f_k = A\varphi_k , \quad (8)$$

$$\text{где } \varphi_k = \begin{cases} (k-k')/(m'-k') = \varphi_k' & \text{при } k' \leq k < m', \\ 1 & \text{при } m' \leq k \leq m'', \\ (k-k'')/(m''-k'') = \varphi_k'' & \text{при } m'' < k \leq k''. \end{cases} \quad (9)$$

Тогда, подставляя выражение (8) в формулу (1), получим выражение для модели экспериментального материала в окончательной форме:

$$U_k = A\varphi_k + n_k \quad (10)$$

Таким образом, модель элемента экспериментальной кривой ПС-каротажа, характеризующего наличие песчаных или глинистых слоев в исследуемой среде, является функцией от четырех неизвестных параметров  $A$ ,  $m'$ ,  $m''$  и  $\sigma^2$ , характеризующих геометрию изучаемого полезного сигнала и соответствующую дисперсию случайной компоненты.

Построение статистических критериев и оценочных формул для  $A$  и  $\sigma^2$ . В качестве статистического критерия интерпретации в данной задаче целесообразно использовать критерий наименьших квадратов в связи со сделанными предположениями о нормальности и некоррелированности случайной компоненты  $n_k$ . С учетом модели экспериментального материала (10) функция отклика для этого критерия может быть задана как

$$\lambda = \lambda(m', m'', A) = \sum_{k=k'}^{k''} (U_k - A\varphi_k)^2 . \quad (11)$$

Так как параметр  $A$  входит в модель экспериментального материала линейно, то для него можно получить оценочную формулу, приравнявая нулю производную от функции отклика (II) по этому параметру:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial A} = 0 \Rightarrow \hat{A}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial A} &= \frac{\partial}{\partial A} \sum_{k=k'}^{k''} (U_k - A \varphi_k)^2 = 2 \sum_{k=k'}^{k''} (U_k - A \varphi_k) \varphi_k = \\ &= 2 \left( \sum_{k=k'}^{k''} U_k \varphi_k - A \sum_{k=k'}^{k''} \varphi_k^2 \right) \end{aligned}$$

Полагая это выражение равным нулю, получим оценочную формулу для  $A$ :

$$\hat{A} = \sum_{k=k'}^{k''} U_k \varphi_k / \sum_{k=k'}^{k''} \varphi_k^2, \quad (12)$$

где  $\varphi_k$  имеет вид соотношений (9). Подставляя выражение (9) в формулу (12), получим

$$\hat{A} = \frac{\sum_{k=k'}^{m'-1} U_k \varphi_k' + \sum_{k=m'}^{m''} U_k + \sum_{k'=m''+1}^{k''} U_k \varphi_k''}{\sum_{k=k'}^{m'-1} (\varphi_k')^2 + (m'' - m' + 1) + \sum_{k'=m''+1}^{k''} (\varphi_k'')^2} = \frac{B}{C}. \quad (13)$$

Эта формула может быть использована для вычисления оценки  $\hat{A}$  в машинной программе, а оценка  $\hat{A}$ , в свою очередь, может быть подставлена в формулу (II) для вычисления функции отклика. Но так как  $\varphi_k$  имеют разные значения (9) для разных участков полезного сигнала, то формула (13) несколько громоздка для вычислений. Ее можно упростить, выделив из нее функцию достаточного приема:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda} &= \sum_{k=k'}^{k''} (U_k - \hat{A} \varphi_k)^2 = \sum_{k=k'}^{m'-1} (U_k - \hat{A} \varphi_k')^2 + \sum_{k=m'}^{m''} (U_k - \hat{A})^2 + \\ &+ \sum_{k=m''+1}^{k''} (U_k - \hat{A} \varphi_k'')^2 = \sum_{k=k'}^{m'-1} U_k^2 + \sum_{k=m'}^{m''} U_k^2 + \sum_{k=m''+1}^{k''} U_k^2 - \\ &- 2\hat{A} \left( \sum_{k=k'}^{m'-1} U_k \varphi_k' + \sum_{k=m'}^{m''} U_k + \sum_{k=m''+1}^{k''} U_k \varphi_k'' \right) + \\ &+ \hat{A}^2 \left( \sum_{k=k'}^{m'-1} (\varphi_k')^2 + (m'' - m' + 1) + \sum_{k=m''+1}^{k''} (\varphi_k'')^2 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Первые три слагаемых правой части этого равенства не зависят от искомым параметров и выражают сумму квадратов всех отсчетов сигнала, постоянную для него. Опуская эти слагаемые и подставляя вместо  $\hat{A}$  его значение из формулы (13), можно представить функцию достаточного приема в виде

$$\hat{\lambda}(m', m'') = -\hat{A} \left( \sum_{k=k'}^{m'-1} U_k \varphi_k' + \sum_{k=m'}^{m''} U_k + \sum_{k=m''+1}^{k''} U_k \varphi_k'' \right), \quad (15)$$

$$\hat{\lambda}(m', m'') = - \frac{\left( \sum_{k=k'}^{m'-1} U_k \varphi_k' + \sum_{k=m'}^{m''} U_k + \sum_{k=m''+1}^{k''} U_k \varphi_k'' \right)^2}{\sum_{k=k'}^{m'-1} (\varphi_k')^2 + (m'' - m' + 1) + \sum_{k=m''+1}^{k''} (\varphi_k'')^2} = - \frac{B^2}{C}. \quad (16)$$

Функция достаточного приема является функцией неизвестных  $m'$  и  $m''$ , для которых невозможно получить оценочных формул. Они могут быть вычислены методом направленного перебора, на каждом шаге которого производится вычисление оценок  $\hat{A}$  и  $\hat{\lambda}$ . Оценки параметров  $A$ ,  $m'$  и  $m''$  считаются найденными оптимально в момент, когда оценка функции достаточного приема достигнет минимального значения (вместо минимума оценки  $\hat{\lambda}$  можно искать ее максимальное абсолютное значение:  $|\hat{\lambda}|$ , так как числитель и знаменатель формулы (16) положительны).

Остается вычислить оценку дисперсии случайной компоненты по формуле

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=k'}^{k''} (U_k - \hat{A} \varphi_k)^2 \Big|_{|\hat{\lambda}| = \max}, \quad (17)$$

где  $K$  — полное число экспериментальных отсчетов исследуемого элемента ПС-кривой. В практических приложениях удобно использовать оценку стандарта  $\hat{\sigma}$ .

Алгоритм статистической аппроксимации полезного сигнала.  
Учитывая полученные выражения для оценок неизвестных параметров и функции достаточного приема, можно построить машинный алгоритм статистической аппроксимации полезного сигнала по следующей схеме вычислений:

1. Поиск и запоминание границ сигнала  $k'$  и  $k''$  и соответствующих  $U_k$ .
2. Вычисление  $K = k'' - k' + 1$ .
3.  $m' = k$ .
4.  $m'' = m'$ .

Грес  
ных  
Дост  
непр  
ле (  
или  
сими  
при  
ви  
сумм  
 $s_1''$   
вспр  
отве  
мето  
 $\lambda_0 = \sum$   
Подс  
денн  
 $\lambda_0 =$

5. Вычисление  $\varphi_k$  по формуле (9).
6. Вычисление  $B$ ,  $C$  и  $\hat{A}$  по формуле (13).
7. Вычисление  $|\hat{\lambda}| = B^2/C$  и сравнение полученного значения с задаваемым начальным пороговым значением или со значением предыдущего шага: если  $|\hat{\lambda}| = \max$ , то выполняется п.12, если  $|\hat{\lambda}| \neq \max$ , то происходит запоминание его и выполнение п.8.
8. Вычисление  $m'' + 1$ .
9. Сравнение  $m''$  с  $k''$ : если  $m'' = k''$ , то выполняется п.10, если  $m'' \neq k''$ , то - п.5.
10. Вычисление  $m' + 1$ .
11. Сравнение  $m'$  с  $k''$ : если  $m' = k''$ , то выполняется п.12, если  $m' \neq k''$ , то - п.5.
12. Вычисление  $\hat{\sigma}^2$  по формуле (17) и вычисление  $\hat{\sigma}$ .
13. Запоминание  $\hat{A}$ ,  $m'$ ,  $m''$  и  $\hat{\sigma}$  и вывод их на печать.

Аппроксимация полезного сигнала методом ортогональной регрессии. При использовании в практических вычислениях, полученных ранее по методу наименьших квадратов выражений для функции достаточного приема и оценок неизвестных параметров, возникает непреодолимая ситуация, когда величина  $\varphi'_k$  или  $\varphi''_k$  в формуле (9) становится равной бесконечности в случае, если  $m' = k'$  или  $m'' = k''$ . Этого можно избежать, применяя в качестве аппроксимирующих функций прямые ортогональной регрессии и не ухудшая при этом качества оценок искомых параметров [4]. В соответствии с этим статистическим критерием производится минимизация суммы квадратов ортогональных отклонений  $S'_1, S'_2, \dots, S_1, S_2, \dots, S''_1, S''_2, \dots$  (рис.2) экспериментальных отсчетов по отношению к аппроксимирующей функции. По аналогии с формулой (11) и в соответствии с рис.2 можно записать функцию отклика для этого метода в следующем виде:

$$\lambda_0 = \sum_{k=k'}^{m'} [(U_k - A\varphi'_k) \cos \alpha_1]^2 + \sum_{k=m''}^{m''} (U_k - A)^2 + \sum_{k=k''}^{k''} [(U_k - A\varphi''_k) \cos \alpha_2]^2. \quad (18)$$

Подставляя вместо  $\cos \alpha_1$  и  $\cos \alpha_2$  их выражения через ранее введенные параметры, получим функцию отклика в окончательном виде:

$$\lambda_0 = \sum_{k=k'}^{m'} \left[ (U_k - A\varphi'_k) \frac{(m' - k') \Delta z}{\sqrt{[(m' - k') \Delta z]^2 + A^2}} \right]^2 + \sum_{k=m''}^{m''} (U_k - A)^2 +$$



$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=m''}^{k''} \left[ (U_k - A \varphi_k'') \frac{(k'' - m'') \Delta z}{\sqrt{[(k'' - m'') \Delta z]^2 + A^2}} \right]^2 = \\
& = \sum_{k=k'}^{m'} \frac{(U_k - A \varphi_k')^2 [(m' - k') \Delta z]^2}{[(m' - k') \Delta z]^2 + A^2} + \sum_{k=m''}^{m''} (U_k - A)^2 + \\
& + \sum_{k=m''}^{k''} \frac{(U_k - A \varphi_k'')^2 [(k'' - m'') \Delta z]^2}{[(k'' - m'') \Delta z]^2 + A^2}
\end{aligned} \quad (19)$$

Как видно из формулы (19), параметр  $A$  входит в нее нелинейно, поэтому вывод аналитического выражения для оценки  $\hat{A}$  становится невозможным, и для ее вычисления необходимо применить метод направленного перебора или итерационную процедуру, например Ньютона - Лекама [5]. В соответствии с этой процедурой необходимо на каждом итерационном шаге номер  $s$  решать линейное уравнение типа

$$\Delta \hat{A}_{s+1} \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial A^2} \Big|_{A=\hat{A}_s} = - \frac{\partial \lambda_0}{\partial A} \Big|_{A=\hat{A}_s} \quad (20)$$

Оценка  $\hat{A}$  считается найденной в момент стабилизации итерационного процесса. Методика численного вычисления производных, входящих в это уравнение, подробно описана в работе [5].

Параметры  $m'$  и  $m''$  могут быть вычислены по аналогии с описанной ранее процедурой, а оценка дисперсии  $\hat{\sigma}^2$  рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k+2} \left\{ \sum_{k=k'}^{m'} \frac{(U_k - \hat{A} \varphi_k')^2 [(m' - k') \Delta z]^2}{[(m' - k') \Delta z]^2 + \hat{A}^2} + \sum_{k=m''}^{m''} (U_k - \hat{A})^2 + \right. \\
\left. + \sum_{k=m''}^{k''} \frac{(U_k - \hat{A} \varphi_k'')^2 [(k'' - m'') \Delta z]^2}{[(k'' - m'') \Delta z]^2 + \hat{A}^2} \right\} \Big|_{\lambda_0 = \min} \quad (21)
\end{aligned}$$

Таким образом, этот метод аппроксимации полезных сигналов, выделенных на кривых ИС-каротажа, требует несколько больших затрат машинного времени по сравнению с описанным во втором и третьем разделах методом наименьших квадратов, но, являясь логически более оправданным и естественным, он вместе с тем сво-

боден от недостатков, присущих методу наименьших квадратов при углах наклона аппроксимирующих прямых, близких к  $90^\circ$ .

В заключение следует отметить, что приведенные методы статистической аппроксимации не исчерпывают всех возможностей геометрической формализации информативных элементов кривой ПС. В дальнейшем авторами предполагается их совершенствование и развитие в направлении учета корреляции между экспериментальными отсчетами амплитуд  $\alpha_{ПС}$ , априорной информации об ожидаемых формах сигналов и об их взаиморасположении для уверенного обнаружения ритмов осадконакопления и их идентификации по данным системы скважин.

#### У к а з а т е л ь   л и т е р а т у р ы

1. Гольцман Ф.М. Статистические модели интерпретации. М., 1971. 327 с.
2. Дажнов В.Н. Интерпретация результатов геофизических исследований скважин. М., 1972. 356 с.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. М., 1975. 648 с.
4. Андреев Ю.В. Статистический алгоритм оценивания параметров и его применение для решения некоторых геофизических задач: Автореф. канд. дис. Л., 1975. 22 с.

УДК 550.382.3

А.Ф.Краснова, Е.Г.Гуськова

#### ПАЛЕОМАГНИТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОТЕРОЗОЙСКИХ ПОРОД ЗАПАДНОЙ КАРЕЛИИ

Основная задача палеомагнитных исследований сводится к построению траектории миграции палеомагнитного полюса для восточной части Балтийского щита и шкалы геомагнитных инверсий. От ее решения зависит возможность применения независимого палеомагнитного метода в исследованиях стратиграфии, геохронологии и геотектоники докембрия Балтийского щита. Для этого требуется