

Т. Б. Яновская

## ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЗИМУТАЛЬНЫХ АНОМАЛИЙ В ПОВЕРХНОСТНО-ВОЛНОВОЙ ТОМОГРАФИИ

До настоящего времени в практических задачах сейсмотомографии и, в частности, томографии, основанной на данных поверхностных волн, используются только средние скорости на трассах. Для определения латеральных вариаций скоростей поверхностных волн в области, пересекаемой волновыми трассами, используются методы, разработанные для решения задач лучевой томографии на временных задержках. При этом большая часть исследований основана на наблюдениях групповых скоростей, поскольку групповые скорости легко определяются по записям одиночных станций, тогда как для определения фазовых скоростей необходимы либо записи двух станций, расположенных на одной дуге большого круга с эпицентром, либо знание начальной фазы в источнике и средней фазовой скорости для низких частот. Однако для целей построения вертикальных скоростных разрезов по локальным дисперсионным кривым, получающимся в результате решения томографической задачи, предпочтительнее использовать дисперсионные кривые именно фазовых скоростей, так как решение обратной задачи по групповым скоростям характеризуется более высокой степенью неоднозначности. Это следует из того, что одна и та же дисперсионная кривая групповой скорости соответствует множеству кривых фазовой скорости.

В то же время, по данным одиночных станций могут быть определены такие волновые характеристики, которые зависят от латеральных вариаций именно фазовой скорости. Это — азимутальные аномалии поверхностных волн, т. е. отклонения азимута прихода волны на станцию от того, который соответствует дуге большого круга. В работах [1, 2] найдено приближенное представление азимутальной аномалии в виде линейного функционала от градиента фазовой скорости и показано, как это соотношение может быть использовано в томографических построениях. Здесь будут продемонстрированы более широкие возможности использования азимутальных аномалий в задачах поверхностно-волновой томографии, а именно, как можно использовать азимутальные аномалии при уточнении решения по данным групповых скоростей и как использовать азимутальные аномалии совместно с данными о фазовых скоростях.

### Основные принципы азимутальной томографии

Связь между азимутальной аномалией  $\delta\alpha$  и вариацией фазовой скорости  $\delta c(\mathbf{x})$  в случае, если в начальном приближении скорость является постоянной и, соответственно, трассы (лучи) — прямые линии, выражается следующим функционалом [1, 2]:

$$\delta\alpha = \int_0^{S_0} \frac{s}{S_0 c_0} (\nabla \delta c, \mathbf{n}_0) ds, \quad (1)$$

в котором интегрирование производится вдоль исходного луча от источника к станции,  $c_0$  — скорость в начальном приближении,  $\mathbf{n}_0$  — единичный вектор нормали к исходному лучу,  $S_0$  — длина луча. Если обозначить  $m(\mathbf{x}) = \frac{\delta c(\mathbf{x})}{c_0}$  и рассматривать эту величину в качестве искомой функции, то интеграл (1) после простых

преобразований может быть представлен в виде следующего интеграла по площади  $\Sigma$ , включающей в себя луч:

$$\delta\alpha = \iint_{\Sigma} (\nabla m, \mathbf{F}) dx, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = s\delta(n)\{H(s) - H(s - S_0)\}\mathbf{n}_0, \quad (3)$$

$s, n$  — координаты, направленные соответственно вдоль луча и ортогонально ему, причем начало координат помещается в источник,  $\delta(\mathbf{x})$  — функция Дирака,  $H(x)$  — функция Хэвисайда. Применяя формулу Грина к правой части (2), получаем выражение для азимутальной аномалии в виде линейного функционала непосредственно от искомой функции:

$$\delta\alpha = - \iint_{\Sigma} m(\mathbf{x}) \operatorname{div} \mathbf{F}(\mathbf{x}) dx. \quad (4)$$

Чтобы использовать это выражение для решения томографической задачи, т. е. для восстановления вариации скорости по данным азимутальных аномалий, соответствующих разным трассам, необходимо наложить на искомую функцию условие, обеспечивающее непрерывность не только самой функции, но и по крайней мере ее первых производных по координатам. В качестве такого условия удобно принять предложенное в работе [3] и сводящееся в случае отсутствия ошибок в исходных данных к минимизации следующего функционала:

$$\Phi = \iint m(\mathbf{x}) C^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dx dx', \quad (5)$$

где  $C(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  — априорная ковариационная функция "модели"  $m(\mathbf{x})$ , обычно принимаемая в виде гауссовой функции:

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2}{2L^2}\right). \quad (6)$$

Здесь  $L$  — априорный радиус корреляции, определяющий средний размер неоднородностей, которые могут быть выявлены на основе используемой выборки данных.

Априорное условие минимизации (5) с учетом ограничений (4) приводит к представлению решения в виде линейной комбинации базисных функций:

$$\Psi_i(\mathbf{x}) = \iint_{\Sigma} C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \operatorname{div} \mathbf{F}_i(\mathbf{x}') dx'.$$

Коэффициенты  $\lambda_i$  в этой линейной комбинации определяются из системы уравнений, которую в матричном виде можно записать следующим образом:

$$\mathbf{S}\lambda = \mathbf{d}, \quad (7)$$

где элементы матрицы  $\mathbf{S}$  имеют вид

$$S_{ij} = \int_0^{S_{0i}} \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{x})}{\partial n_{0i}} \frac{s}{S_{0i}} ds, \quad (8)$$

$\Lambda$  — вектор коэффициентов  $\lambda_i$ , а  $d$  — вектор исходных данных  $\delta\alpha_i$ .

В случае данных, содержащих случайные ошибки, статистические свойства которых описываются ковариационной матрицей  $R$ , коэффициенты  $\lambda_i$  определяются из системы

$$(S + R/\sigma^2)\Lambda = d. \quad (9)$$

В плоском случае в системе координат  $(s, n)$ , связанной с лучом, базисные функции выражаются в конечном виде с точностью до постоянного множителя  $\sigma^2$ :

$$\Psi_i(s, n) = \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}}(S_{0i} - s) \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{S_{0i} - s}{L\sqrt{2}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{s}{L\sqrt{2}} \right) \right] + \right. \\ \left. + L \left[ \exp \left( -\frac{(S_{0i} - s)^2}{2L^2} \right) - \exp \left( -\frac{s^2}{2L^2} \right) \right] \right\} \frac{n}{LS_{0i}} \exp \left( -\frac{n^2}{2L^2} \right). \quad (10)$$

Как показано в [1, 2], в сферическом случае для построения решения могут быть использованы аналогичные функции, при этом  $s$  и  $n$  отсчитываются вдоль дуг большого круга.

### Сравнительный анализ азимутальной томографии и томографии на временных невязках

При решении задач томографии на временных невязках используется следующая функциональная связь между данными (невязками  $\delta t_i$ ) и латеральными вариациями скорости  $\delta c(\mathbf{x})$ :

$$\delta t_i = - \int_{L_{i0}} \frac{\delta c(\mathbf{x})}{c_0^2} ds.$$

Интегрирование выполняется вдоль луча, отвечающего начальному приближению скорости. Если, как и ранее, принять, что в начальном приближении скорость постоянна, то интегрирование проводится вдоль прямой (в плоском случае) или вдоль дуги большого круга (в сферическом случае). Интеграл вдоль луча преобразуется в интеграл по поверхности:

$$\delta t_i = - \iint_{\Sigma} m(\mathbf{x}) G_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (11)$$

где ядро  $G_i(\mathbf{x})$  в координатах  $s, n$ , связанных с  $i$ -м лучом, имеет вид

$$G_i(s, n) = \delta(n)[H(s) - H(S_{0i} - s)]/c_{0i}, \quad (12)$$

а функция  $m(\mathbf{x})$  определена выше.

Ядро томографического функционала характеризует вклад разных точек области (в задачах лучевой томографии — точек на луче) в наблюдаемые величины. Из (12) видно, что все точки луча вносят равный вклад во временную невязку. Иная картина имеет место в случае азимутальных аномалий: из выражения (3) следует, что вклад вариаций скорости в величину  $\delta\alpha$  возрастает с приближением к приемнику (станции), так что наибольший вклад вносят латеральные неоднородности вблизи станции. А это значит, что можно использовать данные об азимутальных аномалиях на группе станций от удаленных землетрясений для определения неоднородностей в районе, где находятся станции. Данные же о средних скоростях на трассах (или временные невязки) содержат информацию о латеральных вариациях скорости во всей

области, покрытой лучами, поэтому для томографического восстановления скоростей в каком-то районе необходимо иметь станции и очаги внутри этого района, т. е. район должен быть достаточно равномерно покрыт трассами поверхностных волн.

Это может быть продемонстрировано на следующем модельном примере. На рис. 1, а изображена схема трасс, отвечающая начальному приближению для скоро-

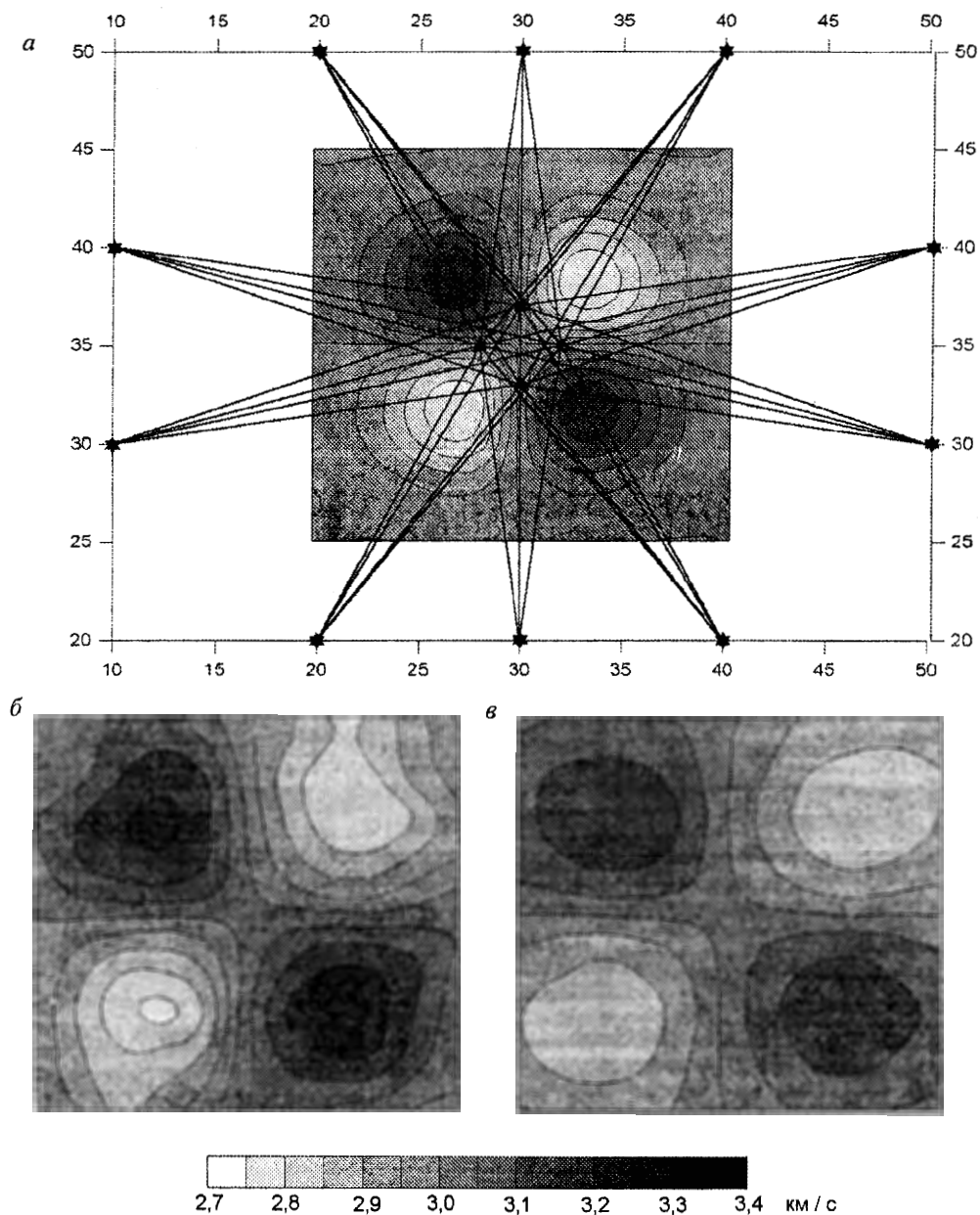


Рис. 1.

сти. Станции расположены в центре области, являющейся частью сферической поверхности  $20^\circ < \varphi < 50^\circ$ ,  $10^\circ < \lambda < 50^\circ$  ( $\varphi, \lambda$  — географические широта и долгота), а эпицентры — по краям этой области. При этом горизонтальные неоднородности (вариации скоростей), подлежащие определению, сосредоточены в окрестности станций. Для выбранного распределения скорости были рассчитаны временные невязки и азимутальные аномалии на станциях, которые затем использовались в качестве исходных данных для решения томографической задачи. Результаты томографического восстановления скорости по азимутальным аномалиям изображены на рис. 1, б, а по временным невязкам — на рис. 1, в. Как и следовало ожидать, структура скоростей в окрестности станций восстанавливается по азимутальным аномалиям значительно лучше, чем по временным невязкам. Это расширяет возможности практического применения томографических методов в сейсмологических исследованиях.

### Использование азимутальных аномалий для уточнения групповых скоростей

В региональных томографических исследованиях на основе данных о групповых скоростях, получаемых на станциях от очагов в том же регионе, эпицентральные расстояния обычно не слишком велики и, соответственно, определяемые скорости отвечают достаточно низким значениям периодов (10–30 с). Поскольку поверхностные волны с такими периодами проникают в толщу Земли на глубины, не превышающие толщину земной коры, а латеральные вариации структуры наиболее выражены именно в земной коре, то вариации скоростей поверхностных волн в указанном диапазоне периодов могут быть весьма значительными. Особенно это относится к случаю релеевских волн, пересекающих водные бассейны: наличие водного слоя приводит к резкому понижению скорости этих волн, так что вариации скоростей в разных участках региона могут достигать 40–50 %. А это означает, что предположение о постоянстве скорости в начальном приближении (для каждого фиксированного периода) и соответственно о прямолинейности исходных трасс уже оказывается несостоятельным.

В сейсмотомографических задачах, использующих данные объемных волн, учет искривления лучей производится с помощью последовательных приближений: решение на первом этапе рассматривается как начальное приближение для решения на втором этапе, и т. д. Однако для поверхностных волн такой подход неприемлем: решение строится для распределения *групповых* скоростей, а форма луча определяется *фазовой* скоростью. Но поскольку распределение фазовой скорости может быть оценено по данным азимутальных аномалий, то очевидно, что можно использовать данные азимутальных аномалий, — а они, так же как и групповые скорости, могут быть легко определены по измерениям одиночных станций, — для оценки латерального распределения фазовой скорости и, соответственно, формы трасс, более близкой к истинной, чем прямолинейные трассы. Это оказывается особенно важно в тех случаях, когда используются данные по трассам, вытянутым в направлении простирания тектонических структур, и особенно вдоль простирания низкоскоростных зон (осадочных и тем более водных бассейнов), которые огибаются лучами.

Таким образом, процедура уточнения групповой скорости за счет учета кривизны трасс, состоит из следующих этапов:

— По данным азимутальных аномалий определяется латеральное распределение фазовых скоростей в регионе для отдельных периодов волны.

— По полученному распределению фазовых скоростей рассчитываются трассы,

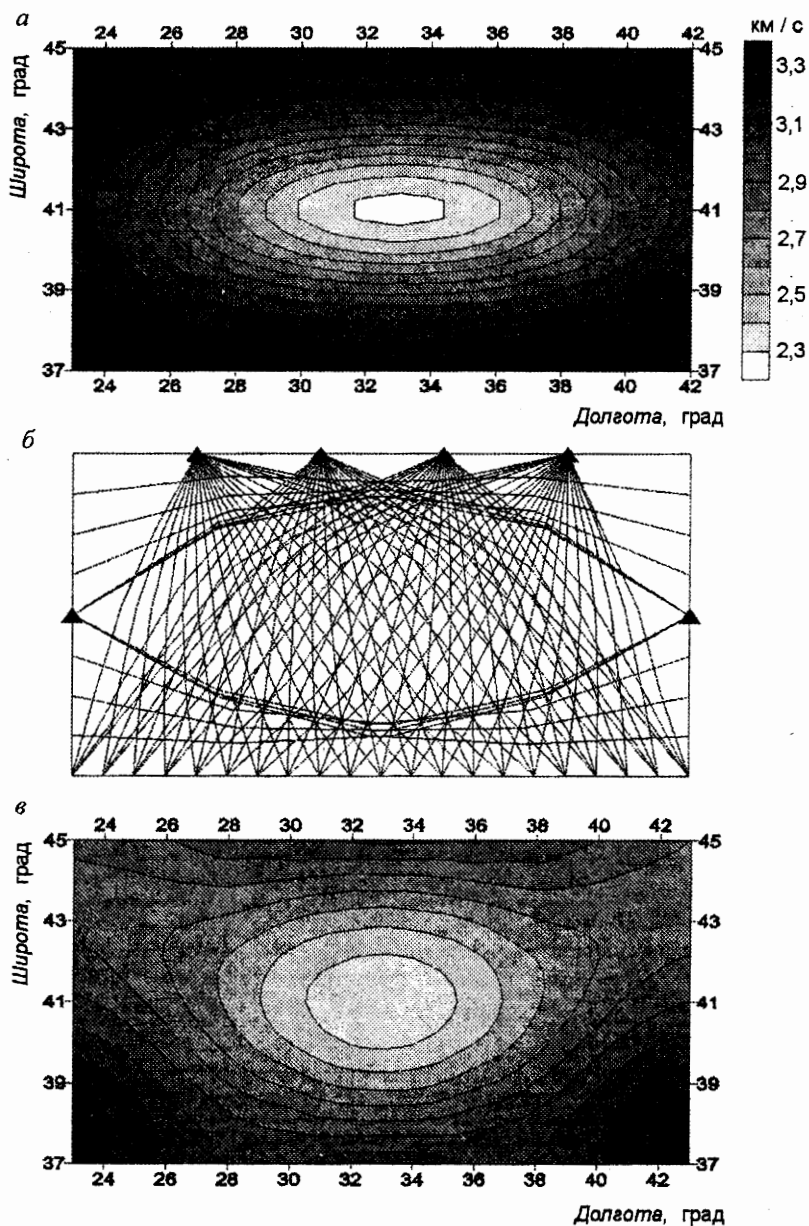


Рис. 2.

на которых определены групповые скорости. Целесообразно рассчитывать трассы в виде кусочно-линейных функций (или сегментов дуг большого круга) методом изгиба.

— Полученные трассы принимаются в качестве исходных в томографической задаче, использующей групповые скорости, но групповая скорость в начальной модели принимается постоянной.

Замена прямолинейной формы луча кусочно-линейной приводит к некоторым осложнениям вычислительной процедуры. В этом случае базисные функции, используемые для представления решения, будут выражаться в виде суммы интегралов по сегментам луча, а элементы матрицы в системе уравнений для коэффициентов в этом разложении — в виде двойных сумм по сегментам каждой пары лучей.

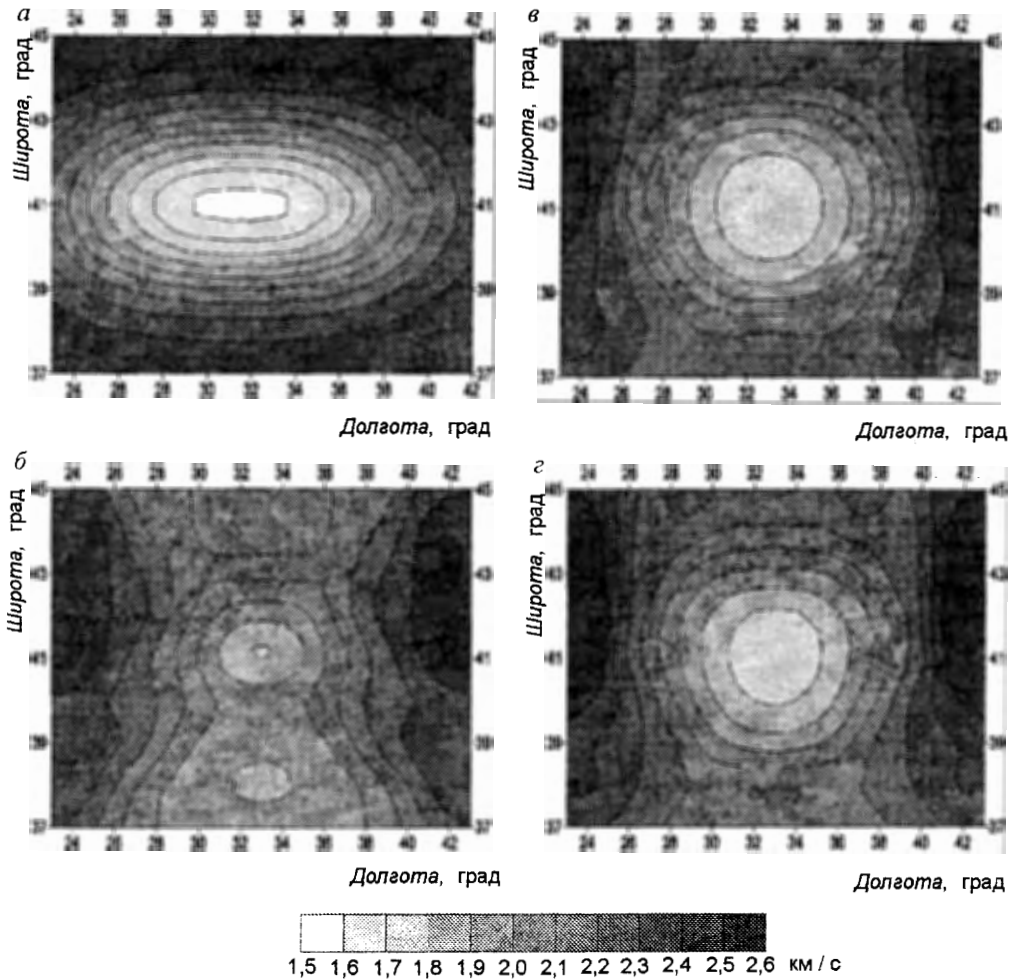


Рис. 3.

Эффективность такого подхода к решению томографической задачи может быть продемонстрирована на следующем модельном примере. На рис. 2, а изображено модельное распределение фазовой скорости, для которого рассчитаны трассы, соответствующие станциям в точках, отмеченных треугольниками (рис. 2, б). По полученным трассам на всех станциях вычислены азимутальные аномалии, которые были использованы для решения обратной задачи — восстановления фазовой скорости (рис. 2, в). По этим же трассам вычислены групповые времена пробега в предположении, что распределение групповой скорости такое, как на рис. 3, а. Эти времена использованы для решения томографической задачи: в предположении прямолиней-

ности трасс (рис. 3, б), в предположении, что трассы являются истинными, т. е. такими, как на рис. 2, б (рис. 3, в), и наконец, когда трассы вычислены по полученному распределению фазовой скорости (рис. 3, г). Видно, что учет искривления лучей за счет горизонтальных вариаций фазовой скорости существенно улучшает решение.

Как видно из рис. 2, б, наибольшими отклонениями от прямолинейности характеризуются трассы, ориентированные в направлении вытянутости низкоскоростной зоны. Поэтому в случаях, когда данные об азимутальных аномалиях (или о распределении фазовой скорости) отсутствуют, для решения томографической задачи следует использовать данные по трассам, ориентированным преимущественно вкострест простирания основных тектонических структур, хотя это и приводит к ухудшению разрешения.

### Совместное использование азимутальных аномалий и фазовых скоростей по трассам

В задаче сейсмотомографии, как и в любых других обратных задачах геофизики, разрешение можно повысить за счет увеличения объема данных, и, в частности, за счет использования данных разного типа. Поскольку и азимутальные аномалии, и средние по трассам фазовые скорости несут информацию о латеральном распределении фазовых скоростей, для определения фазовых скоростей можно использовать совместно оба типа данных.

Если на  $N$  трассах определены азимутальные аномалии  $\delta\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), а на  $M$  трассах — фазовые скорости или соответствующие временные невязки  $\delta_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ), то решение должно представляться в виде суммы рядов по базисным функциям, соответствующим обоим типам данных:

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \Psi_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^M \mu_j \varphi_j(\mathbf{x}), \quad (13)$$

где, как и ранее,  $m(x) = \frac{\delta c(x)}{c_0}$ , базисная функция  $\Psi_i(\mathbf{x})$ , отвечающая азимутальным аномалиям, определена соотношением (10), а функция  $\varphi_j(\mathbf{x})$ , соответствующая временным невязкам, имеет вид

$$\varphi_j(\mathbf{x}) = - \iint_{\Sigma} C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') G_j(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'. \quad (14)$$

В результате подстановки в (14) выражения (6) для априорной ковариационной функции модели, получаем следующее выражение для  $\varphi(\mathbf{x})$  (опять же с точностью до постоянного множителя  $\sigma^2$ ):

$$\varphi_j(s, n) = -L\sqrt{\pi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{S_{0j} - s}{L\sqrt{2}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{s}{L\sqrt{2}} \right) \right] \exp \left( -\frac{n^2}{2L^2} \right).$$

Подстановка (13) в уравнения (2) и (11) приводит к системе уравнений, которую схематически можно представить так:

$$\begin{pmatrix} S_{aa} & S_{at} \\ S_{ta} & S_{tt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda \\ \vdots \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta\alpha \\ \vdots \\ \delta t \end{pmatrix}.$$



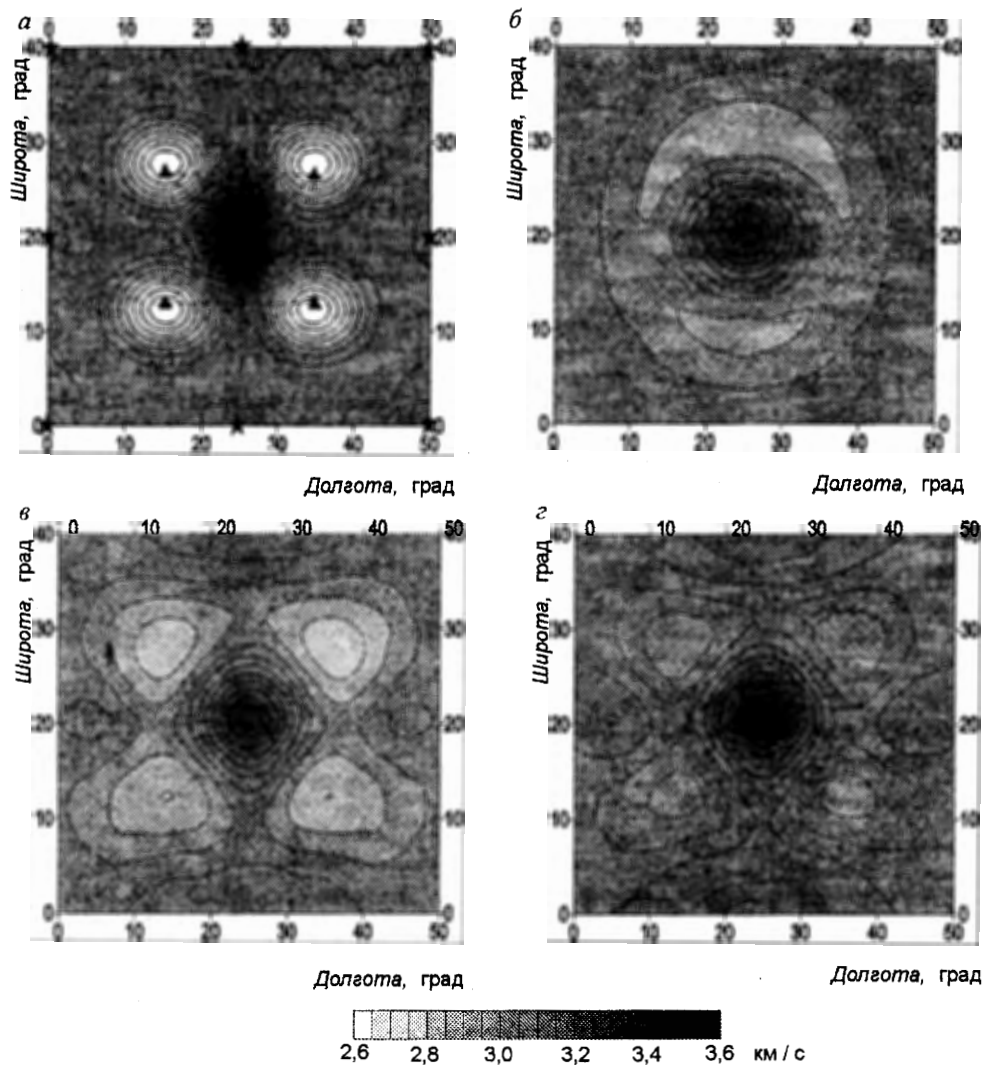


Рис. 4.

Здесь  $S_{aa}$  и  $S_{tt}$  — квадратные симметричные матрицы размером  $N \times N$  и  $M \times M$  соответственно. Элементы матрицы  $S_{aa}$  определяются выражением (8), а элементы матрицы  $S_{tt}$  имеют вид

$$(S_{tt})_{ij} = \int_0^{S_{0i}} \varphi_j(\mathbf{x}) \frac{ds_i}{c_0} = - \int_0^{S_{0i}} \int_0^{S_{0j}} C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \frac{ds_j}{c_0} \frac{ds_i}{c_0}.$$

Матрицы  $S_{at}$  и  $S_{ta}$  прямоугольные, размером  $N \times M$  и  $M \times N$  соответственно, и их элементы определяются формулами

$$(S_{at})_{ij} = \int_0^{S_{0i}} \frac{\partial \varphi_j(\mathbf{x})}{\partial n_{0i}} \frac{s_i}{S_{0i}} ds_i, \quad (S_{ta})_{ij} = \int_0^{S_{0i}} \Psi_j(\mathbf{x}) \frac{ds_i}{c_0}.$$

Для тестирования методики рассмотрен пример восстановления распределения фазовой скорости совместно по азимутальным аномалиям в точках, представляющих станции, от источников, распределенных по периферии исследуемой области, и фазовым скоростям между парами станций. Этот пример моделирует данные, которые могут быть легко получены из реальных наблюдений: азимутальные аномалии определяются по измерениям на одиночных станциях от отдельных землетрясений, а фазовые скорости — по методу двух станций, расположенных на одной дуге большого круга с очагом.

Для скоростной модели, изображенной на рис. 4, *а*, рассчитаны азимутальные аномалии в точках, отмеченных треугольниками, по тридцати двум трассам от очагов, указанных звездочками. Фазовые скорости были рассчитаны только вдоль шести трасс, указанных штриховой линией. На рис. 4, *б* изображено решение, полученное только по данным азимутальных аномалий, а на рис. 4, *в* — только по скоростям. В решении, построенном по азимутальным аномалиям, выявляется достаточно уверенно зона повышенной скорости в центре области, а зоны пониженной скорости едва намечаются. В решении, построенном только по данным о скоростях, зоны пониженной скорости вообще не разрешены, но это и понятно, так как трассы проходят мимо этих зон.

На рис. 4, *г* приведено решение, полученное в результате использования обоих типов данных. Решение уже заметно лучше отражает распределение скоростей в модели, хотя объем данных увеличился незначительно (добавились данные только по шести трассам).

Такой подход расширяет возможности томографического метода в реальных задачах, так как позволяет увеличивать объем выборки за счет включения данных разного типа.

#### Указатель литературы

1. Яновская Т. Б. Метод определения латеральных вариаций скорости поверхностных волн по данным азимутальных аномалий // Физика Земли. 1995. № 3. С. 68–73.
2. Yanovskaya T. B. Ray tomography based on azimuthal anomalies // PAGEOPH. 1996. Vol. 148. № 1/2. P. 319–336.
3. Tarantola A., Nersessian A. Three-dimensional inversion without blocks // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. 1984. Vol. 76. P. 299–306.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 96–05–64091, и INTAS, грант 93–1076.