

*Л. М. Антонова, О. В. Цветков, Г. М. Дегтярев*

## **ВЗАИМОСВЯЗЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ЭНТРОПИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ШУМОВ С ГЕОДИНАМИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

При создании теории подготовки тектонического землетрясения и исследовании возможности его прогноза большое значение имеет использование цифровых исходных записей. Особую роль играют сведения о движениях данных геоблоков [1–3]. Так, в работах [1, 2] на основании анализа наблюдений лазерного деформографа были определены собственные частоты отдельных блоков, а также показано, что при движении геоблоков возникают скачки деформации и “тихие землетрясения”, которые наблюдаются за несколько часов до землетрясения. При этом было замечено, что при землетрясении в близлежащем от деформографа районе происходит увеличение амплитуд колебаний геоблоков, а в случае удаленного землетрясения увеличение названных амплитуд совпадает по времени с моментом прихода сигнала от землетрясения в точку наблюдения.

Изменение частот собственных колебаний геоблоков в процессе подготовки землетрясения изучено в [3], где, в частности, показано сходство по определенным параметрам динамики очагов землетрясений с динамикой некоторых других природных процессов. Этот результат согласуется с экспериментальными данными, представленными в настоящей работе, о сходстве колебаний геоблоков и больших блоков морского льда. Данные получены путем анализа энтропии сейсмических колебаний геоблоков и ледяных полей в Арктике. Выявленное сходство изменений энтропии при движении льдин и подготовке землетрясений позволило сформулировать “сценарии” подготовки тектонических землетрясений с учетом движений блоков земной коры. В работе даны краткая математическая формулировка метода оценки энтропии случайных процессов и физическая интерпретация особенностей пространственно-временной изменчивости энтропии колебаний геоблоков и ледяного покрова с разломами. Использован оригинальный метод энтропийного анализа случайных процессов [4, 5], ранее уже опробованный на записях сейсмических шумов в азиатско-тихоокеанском регионе [6, 7].

Приведены данные о пространственно-временных изменениях энтропии сейсмических колебаний и связи этих изменений с тектоническими процессами на границах Амурской, Китайской, Охотоморской, Североамериканской и Евроазиатской плит. В настоящей работе дано краткое математическое выражение оценки энтропии случайных процессов и физическая интерпретация особенностей пространственно-временной изменчивости этих оценок на примере колебаний ледяного покрова с разломами. А именно, наличие трещины в ледяном покрове позволило увидеть в результатах анализа сейсмического шума, зарегистрированного на цифровых сейсмических станциях, признаки движения литосферных плит и некую последовательность этапов подготовки землетрясений для Курило-Камчатского района в период ноябрь 1993 г.–январь 1994 г.

Этот оригинальный метод энтропийного анализа случайных процессов [4], который уже опробован на записях сейсмических шумов в Азиатско-Тихоокеанском регионе [5–7], использован в настоящей работе для длинных сейсмических рядов, зарегистрированных аппаратурой GEOSCOPE.

### Реализация математического подхода к оценке энтропии сейсмического шума и ее физическая интерпретация

Как хорошо известно, существуют две формы энтропии распределения вероятностей: одна для непрерывного распределения (1а), вторая — для дискретного (1б):

$$h = -k \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) \log \omega(x) dx, \quad (1a)$$

$$h = -k \sum_{i=1}^N p_i \log p_i, \quad (1b)$$

где  $\omega(x)$  — функция плотности вероятности;  $p_i$  — вероятность  $i$ -го исхода случайной ситуации;  $N$  — общее количество исходов случайной ситуации.

Так как сейсмическое колебание является непрерывным случайным процессом, кажется вполне естественным оценивать его энтропию с помощью (1а). Но этот путь ведет к неоднозначному результату вследствие зависимости величины  $h$ , получаемой по (1а), от выбора масштабного множителя по  $x$ , который не может быть задан однозначно для экспериментальных данных [8]. Поэтому оценка энтропии по (1а) сильно зависит от амплитуды колебаний и, следовательно, не является корректной оценкой, принимая во внимание, что энтропия должна быть инвариантна к обратимым преобразованиям [9]. Поэтому для оценки энтропии сейсмического шума следует использовать формулу (1б). Для реализации этого подхода мы должны найти подходящее дискретное представление сейсмических колебаний, которое было бы инвариантным к изменению амплитуды сейсмических колебаний. Естественно, мы можем найти его среди ранговых статистик. Этот путь будет кратко описан ниже (см. формулу 4). Формула (1) дает величину энтропии распределения, но не энтропию случайного процесса. Для получения последней используется последовательность энтропий многомерных функций распределения [9, 10].

Пусть  $\mathbf{a}(\mathbf{n})$  — дискретный случайный процесс, принимающий значения из множества  $\mathfrak{Z} = \{A_1, \dots, A_N\}$ . Для любых последовательно взятых моментов времени  $\{\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_m\}$  вероятность ситуации, что  $(\mathbf{a}(\mathbf{n}_1) = \mathbf{a}_1) \wedge (\mathbf{a}(\mathbf{n}_2) = \mathbf{a}_2) \wedge \dots \wedge (\mathbf{a}(\mathbf{n}_m) = \mathbf{a}_m)$ , где  $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_m \in \mathfrak{Z}$ , определяется многомерной функцией вероятности  $p_m(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_m)$ .

Энтропия многомерной функции вероятности определяется с использованием (1б) как

$$h_m = -k \sum_{i_1}^N \sum_{i_2}^N \dots \sum_{i_m}^N p_m(\mathbf{A}_{i_1}, \mathbf{A}_{i_2}, \dots, \mathbf{A}_{i_m}) \log p_m(\mathbf{A}_{i_1}, \mathbf{A}_{i_2}, \dots, \mathbf{A}_{i_m}).$$

Известно, что  $h_m$  является неубывающей по  $m$ . Существует некоторая скорость роста  $h_m$  по  $m$ , которая является энтропией случайного процесса [11]:

$$h = -k \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} h_m. \quad (2)$$

Эта величина измеряется в битах на отсчет. Для приведения ее к более удобной форме она пересчитывается [12]:

$$h_\mu = \frac{h}{\tau}, \quad (3)$$

где  $\mu$  — мера, а  $\tau$  — временной интервал между отсчетами. Величина, получаемая по формуле (3), измеряется в битах в секунду.

Как было упомянуто, для оценки энтропии сейсмического шума необходимо сконструировать последовательность  $a(n)$ , которая является дискретным представлением сейсмического колебания  $x(n)$  (см., например, [11]). Мы использовали ранговую статистику, называемую ранговым ядром, впервые определенную в [4]. Для любого временного ряда  $x(n)$  может быть найдена символьная последовательность  $a(n)$ , удовлетворяющая условию

$$\forall i, \forall j, x(i) \leq x(j) \Leftrightarrow a(i) \leq a(j), i = \frac{W}{2} \dots N - \frac{W}{2}, j = i - \frac{W}{2} \dots i + \frac{W}{2}, \quad (4)$$

где  $N$  — длина временного ряда,  $W$  — параметр алгоритма (мы использовали  $W = 8$ ). Последовательность  $a(n)$ , удовлетворяющая (4) и построенная с использованием минимально достаточного алфавита, является ранговым ядром  $x(n)$ . Эффективный алгоритм для вычисления  $a(n)$  приведен в [5].

Сложная колебательная система в общем случае может быть охарактеризована двумя видами энтропии: энтропией термодинамического состояния и энтропией колебаний. Энтропия термодинамического состояния определяется через число конфигураций, обладающих некоторыми свойствами. Энтропия колебаний, определяемая по (2) и (3), связана с числом различных типов траекторий динамической системы [10]. В неравновесных системах обе энтропии могут служить мерой отклонения состояния системы от состояния равновесия. Но только энтропия колебаний может быть оценена дистанционно.

Для теоретического анализа отношения между этими двумя энтропиями воспользуемся известным приемом [13] и рассмотрим вместо одной исходной динамической системы ансамбль систем, сконструированный по правилу: если  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$  являются последовательными состояниями исходной системы в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ , то системы этого ансамбля находятся в состояниях  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$  в момент  $t_1$ ,  $x_2, x_3, \dots, x_{i+1}, \dots$  в момент  $t_2$  и так далее. Пусть  $u$  — макропараметр, характеризующий состояние каждой из систем, составляющих множество, и  $u_0$  — значение  $u$  в состоянии равновесия. Любое отклонение уменьшает энтропию системы  $S$ , имеющую максимальное значение в состоянии  $u_0$ . Уменьшение энтропии будет равно:

$$\Delta S(u) = S(u_0) - S(u),$$

$$\Delta S(u) > 0.$$

Если отклонения состояний систем от равновесия независимы, то энтропия множества есть сумма энтропий систем, составляющих множество:

$$S = \sum_i S(u_i),$$

и общее уменьшение энтропии можно определить так:

$$\Delta S = S_0 - S = \Delta_u S, \quad \text{где} \quad \Delta_u S = \sum_i \Delta S(u_i).$$

Но если отклонения  $u_i$  не являются независимыми, то  $S = \sum_i S(u_i)$  и  $\Delta S > \Delta_u S$ . Обозначим  $\Delta_h S = \Delta S - \Delta_u S$  и перепишем энтропию множества:  $S = S_0 - \Delta_u S - \Delta_h S$ ,

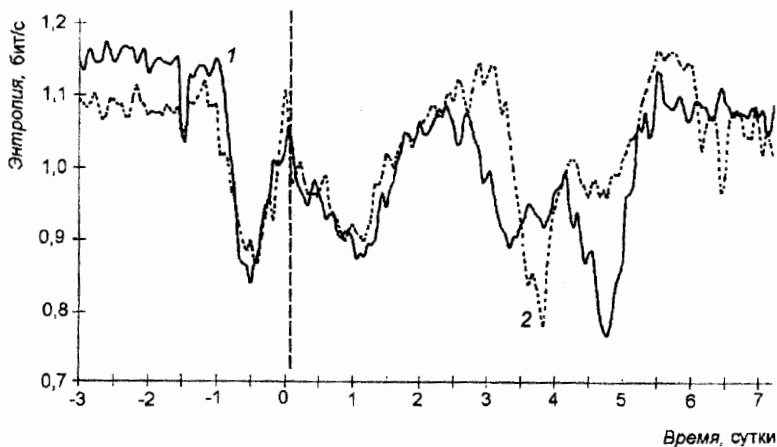


Рис. 1. Изменение энтропии сейсмического шума, зарегистрированного на станции INU (Япония).

Штриховая вертикальная линия указывает на начало землетрясения, очаг которого находится вблизи Японии. 1 — 11.02.90 г.; 2 — 20.02.90 г.

где  $\Delta_u S$  — уменьшение энтропии за счет отклонений макропараметров  $u_i$  от равновесных значений;  $\Delta_h S$  — уменьшение энтропии за счет зависимостей отклонений  $u_i$ .

Поскольку мы сконструировали множество систем из сдвинутых траекторий одной системы, величина  $\Delta_h S$  равна разности энтропии колебаний, определенной (2) и (3), от ее максимального значения. Таким образом, исследуемые нами вариации энтропии сейсмических шумов действительно отражают отклонения системы блоков земной коры от состояния равновесия.

Для иллюстрации этих теоретических соображений мы приводим пример изменений энтропии сейсмических колебаний, зарегистрированных до, во время и после двух землетрясений вблизи Японских островов (рис. 1). В начале записей (около 3 дней до землетрясения) энтропия флуктуирует около постоянного высокого значения, что означает, что система находится вблизи состояния равновесия. Примерно за день до начала землетрясения энтропия быстро уменьшается, что означает быстрое отклонение системы от состояния равновесия. Во время и после землетрясения энтропия колеблется, отражая изменения состояния системы, выведенной из равновесия. После этого система возвращается в состояние равновесия. Сравнение двух кривых изменения энтропии, отражающих два различных события, показывает хорошую воспроизводимость поведения изменения энтропии, что говорит о регулярности характера выявленных изменений.

Другое свойство энтропии колебаний, представляющееся полезным в контексте данной работы, состоит в том, что энтропии колебаний в различных точках одной системы равны. Для доказательства этого рассмотрим динамическую систему общего вида, состояние которой определяется набором переменных  $(x_1, \dots, x_M)$ . В соответствии с теоремой Такенса [14], если мы измеряем только одну переменную  $x_i$ , то, используя последовательные отсчеты этой переменной как новые переменные, мы получаем новую динамическую систему, диффеоморфную исходной. Следовательно, она также диффеоморфна системе, реконструируемой по любой другой переменной,

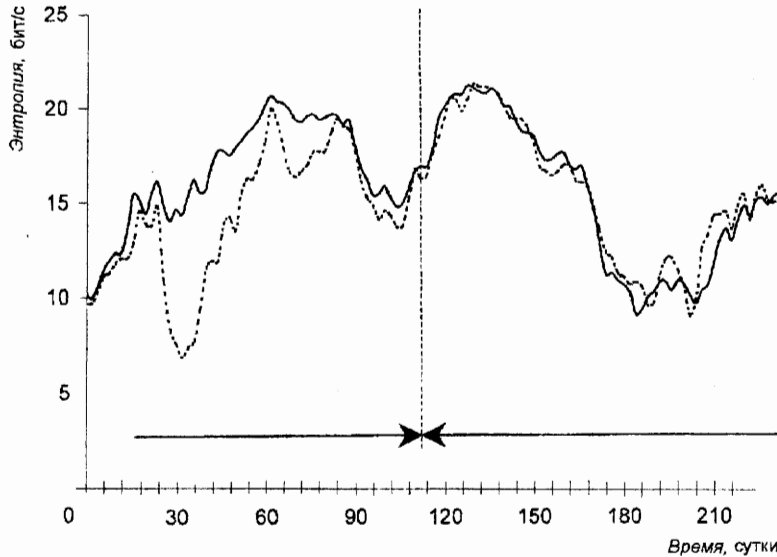


Рис. 2. Изменение энтропии колебаний двух ледяных блоков, разделенных трещиной (объяснение в тексте).

входящей в тот же набор. Поскольку энтропия инвариантна к диффеоморфным преобразованиям, из теоремы Такенса следует, что

$$\forall i, \forall j, h(x_i) = h(x_j). \quad (5)$$

Это свойство может быть использовано для выявления скрытых связей между частями сложной колебательной системы. В частности, процессами  $x_i(t)$  и  $x_j(t)$  могут быть колебания в двух удаленных точках распределенной системы. На рис. 2 показана динамика энтропии колебаний ледяных полей в Арктике. Две кривые относятся к колебаниям двух блоков льда, разделенных трещиной. Вся запись разделена на две части: левая часть (относительно вертикальной метки), где колебания независимы, и правая часть, где колебания сильно зависимы. Анализ условий записи колебаний льда показывает, что начальная часть записи соответствует расхождению этих двух блоков льда, а другая часть соответствует сближению вплоть до закрытия трещины. В соответствии с этими наблюдениями мы можем рассматривать динамику энтропии в левой части записи как указание на независимые колебания двух подсистем (ледяных блоков, разделенных трещиной). В правой части записи совпадение энтропий указывает на целостность колебательной системы.

### Исходные данные

Для анализа использовались цифровые сейсмические записи на компакт-дисках, зарегистрированные станциями Inuyama (INU) в Японии и Wushi, Xinjahg (WUS) в Китае, оснащенные аппаратурой GEOSCOPE, расположенные в юго-восточной части Азии. Кроме этого использовались записи на станциях MAG и PTP, оснащенных цифровой аппаратурой IRIS/IDA и расположенных в восточной России. В табл. 1 приведены координаты использованных в работе сейсмических станций.

Для расчетов энтропии были взяты исходные сейсмические записи, дискретизация которых равнялась 20 отсчетам в секунду, полученные на цифровых сейми-

ческих станциях. Анализируемые сейсмические ряды были непрерывными в течение нескольких суток. Магнитуда землетрясений выбиралась больше 5,5. Список землетрясений, который был взят

для исследования, приведен в табл. 2. Кроме того, была проведена обработка двух длинных сейсмических рядов, зарегистрированных на двух станциях: Петропавловск-Камчатский (PTR) и Южно-Сахалинск (YYZ) — в интервале времени с 13.11.93 по 17.11.93 г., зарегистрированные каналом BHZ аппаратурой IRIS/IDA. Сейсмические станции, записи которых использовались, расположены в различных

тектонических регионах. Так, станция INU находится близко к южной окраине Амурской плиты, в то время как станция WUS расположена на Китайской плите, являющейся достаточно однородной.

Т а б л и ц а 1

Код станции	Широта	Долгота	Высота над уровнем моря, м
	град		
INU	35,350	137,02	132,3
HYB	17,417	78,553	510,0
WUS	41,199	79,218	1457,0
MAG	59,550	150,800	70,0
TAL	52,053	106,648	57,0
PET	53,024	158,653	32,0
YYZ	46,017	142,717	100,0

Т а б л и ц а 2

№	Год	Месяц	День	Час	Минуты	Секунды	Широта, N	Долгота, E	Глубина, км	MPSP	MPLP
36	1990	2	5	5	16	43,7	37,08	71,91	89	6,6	6,3
39	1990	2	8	7	15	33,5	10,0	124,734	33	6,7	6,9
39	1990	2	8	7	47	1,2	9,749	124,701	49	6,5	6,9
41	1990	2	10	20	45	41,9	51,95	177,450	65	6,1	
42	1990	2	11	17	46	4,1	36,376	141,188	40	5,7	6,0
47	1990	2	16	21	29	54,5	15,89	147,078	37	5,8	
48	1990	2	17	2	28	2,0	29,83	130,556	57	6,3	6,5
48	1990	2	17	2	50	58,0	15,88	147,236	45	6,0	
51	1990	2	20	6	53	45,0	35,23	139,26	37	6,4	6,5
288	1990	10	16	6	13	13,7	49,23	154,685	74	6,3	6,4
293	1990	10	20	8	7	30,8	37,21	103,840	33	6,0	6,1
297	1990	10	24	14	57	57,5	73,40	54,738	0	5,8	6,1
298	1990	10	25	4	54	0,4	35,22	70,527	110	6,0	6,4
319	1990	11	15	2	34	33,6	4,237	97,423	50	6,2	6,4
319	1990	11	15	4	48	13,4	4,181	97,524	41	6,1	6,2
319	1990	11	15	5	18	44,4	4,308	97,701	43	5,8	5,0
315	1993	11	11	0	28	0	50,200	177,45W	18	6,3	5,6
317	1993	11	13	1	18	0	51,930	158,65W	34	6,5	7,0
323	1993	11	19	1	43	0	54,29	164,16W	30	6,1	6,4

### Фоновые изменения энтропии сейсмических шумов (ЭСШ)

Исследование фоновых изменений ЭСШ на нескольких GEOSCOPE-станциях показало, что как средние величины, так и амплитуды вариаций ЭСШ различны на разных станциях. Средние значения несколько ниже на станциях Южного полушария. Амплитуда вариаций ЭСШ ниже на станциях, расположенных на островах, чем на континентах. Максимальная амплитуда вариаций ЭСШ наблюдается на станции INU (Япония). В изменениях ЭСШ на станции INU могут быть выделены колебания с различными периодами. Мы обнаружили периоды 12, 15, 30 и 42 сут.

### Динамика ЭСШ во время землетрясений вблизи Японии и в Китае

Некоторые типичные примеры изменений ЭСШ, рассчитанной по данным, записанным станциями WUS и INU во время землетрясения, показаны на рис. 3 и 4. На рис. 3 приведено изменение ЭСШ до, в момент землетрясения (начало которого отмечено стрелкой) и после события вблизи Японии, рис. 4 показывает то же для событий в Китае. Станции INU и WUS расположены на различных блоках земной коры. На рис. 3 и 4 видны процессы, очень похожие на расхождение и схождение блоков льда (см. рис. 2). Интерпретируя эти данные таким образом, мы можем говорить, что землетрясения вблизи Японии происходят после расхождения блоков, а события в Китае начинаются после сближения блоков.

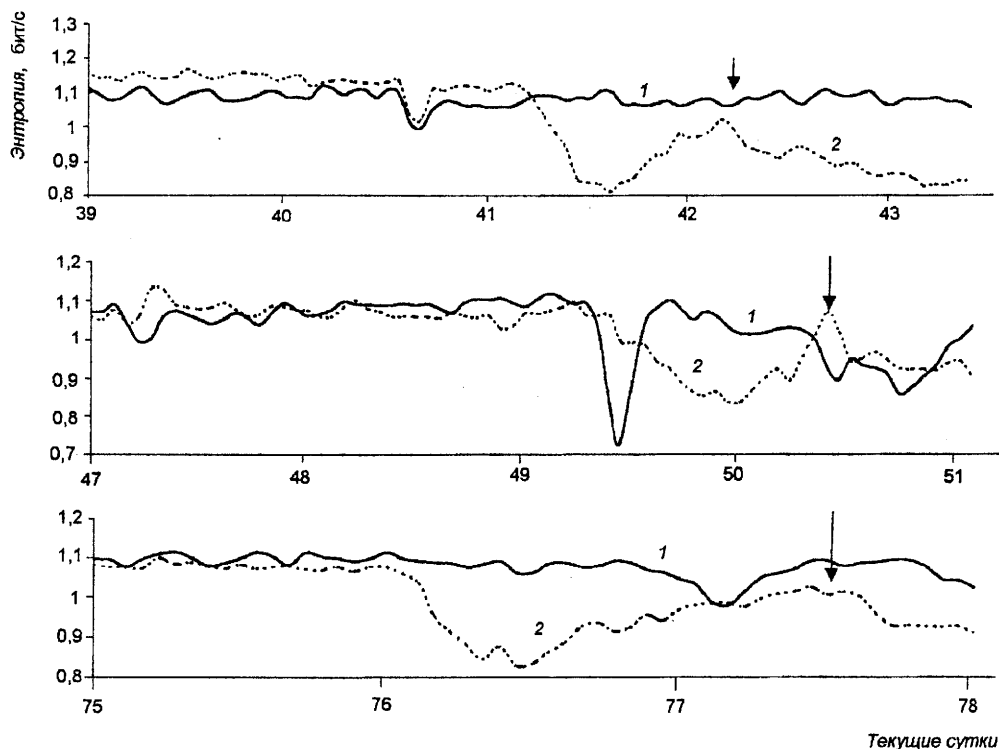


Рис. 3. Пример изменения энтропии сейсмического шума, зарегистрированного на станции INU (Япония, 1990 г.) в случае, когда очаг землетрясения находится вблизи Японии.

1 — данные WUS, 2 — данные INU.

### Пространственно-временные изменения ЭСШ во время Камчатского землетрясения

Анализировались записи за 5 часов до начала землетрясения вблизи Камчатки (параметры землетрясения приведены в табл. 2). Когда количество пространственных точек записи сейсмических шумов больше двух, удобно отображать результаты анализа ЭСШ посредством временной последовательности карт. Каждая карта показывает разности ЭСШ между точками записи сейсмических шумов. Разности изображаются шириной границ, разделяющих блоки, на которых расположены станции.

Таким образом, ширина границы отражает степень независимости колебаний блоков. Пример такого изображения расхождения и схождения блоков ледяных полей показан на рис. 5.

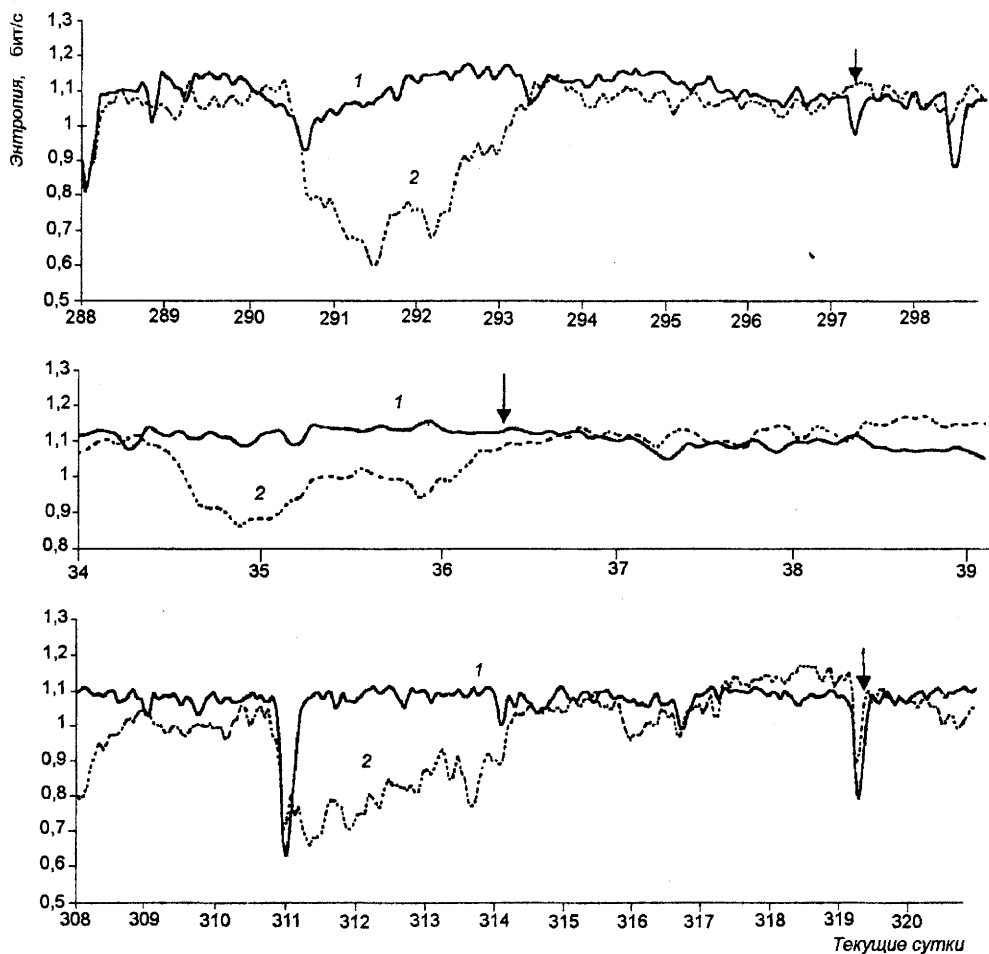


Рис. 4. Пример изменения энтропии сейсмического шума, зарегистрированного на станции WUS (Китай, 1990 г.) в случае, когда очаг землетрясения находится вблизи Японии.

1 — данные WUS, 2 — данные INU.

Такое же отображение энтропий высокочастотных (20 Гц) сейсмических колебаний приведено на рис. 6. Единственное отличие от рис. 5 состоит в том, что ширина границы пропорциональна не самой разности, а среднеквадратичному отклонению разностей ЭСП. Такое представление позволяет выявить вариации взаимосвязей между блоками коры. Приведены данные для Камчатского землетрясения 13 ноября 1993 г. (см. табл. 1). Каждому кадру на этом рисунке соответствует участок записи, начало которого (в часах) относительно момента землетрясения показано в левом верхнем углу кадра. Внутри кадра кружками изображено геометрическое расположение станций, вверху — Магадан, справа — Петропавловск-Камчатский,



внизу — Южно-Сахалинск, слева — Иркутск. Границы литосферных плит нанесены схематически. Цифрами обозначены плиты: *I* — Охотоморская, *II* — Североамериканская, *III* — Амурская, *IV* — Евразийская. В каждом кадре кружком с крестиком обозначено местоположение очага землетрясения.

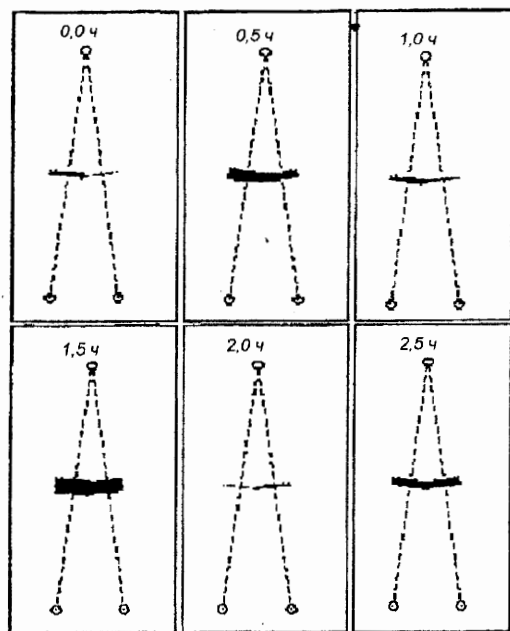


Рис. 5. Временная последовательность карт, показывающих разность ЭСШ между точками регистрации.

Разность показана шириной границ, разделяющих блоки, на которых расположены приемники.

было показано, что в некоторых случаях после землетрясения энтропия сразу же возвращается к исходному уровню. В других случаях после события энтропия фиксируется на уровне существенно ниже, чем исходный. В этих случаях восстановление исходного состояния сопровождается афтершоками.

Использование исходных записей системы GEOSCOPE позволило получить дополнительные данные о взаимосвязи изменений энтропии сейсмического шума с подготовкой сейсмических событий. Полученные нами результаты согласуются с данными, зарегистрированными с использованием лазерного деформографа [1]. Резкие скачки перед землетрясением имеют место и на диаграмме изменения энтропии сейсмического шума (см. рис. 1) в виде провала. Значительные изменения амплитуд колебаний геоблоков перед землетрясением хорошо наблюдаются и в нашем случае (см. рис. 3, 4).

Результаты исследований взаимосвязи изменений энтропии сейсмического шума с подготовкой сейсмических событий, изложенные в данной статье, позволяют сделать следующие выводы

1. Динамика энтропии сейсмического шума отражает движения блоков земной коры. Наблюдение за изменениями энтропии сейсмических шумов может дать до-

Фоновый процесс (первый кадр) характеризуется общей низкой интенсивностью перестроек связей между блоками. Несколько повышенная интенсивность наблюдается на стыках Охотоморской плиты с другими контролируруемыми плитами. В процессе подготовки землетрясения общая интенсивность перестроек в системе нарастает, оставаясь максимальной на стыках Охотоморской плиты с другими плитами и захватывая постепенно границы между всеми другими плитами в контролируемом регионе (время записи от  $-4,5$  до  $-0,05$  ч).

Приведенные выше результаты исследований указывают на наличие закономерностей в изменении энтропии сейсмических шумов перед землетрясением. Ранее [6] нами было показано, что перед землетрясениями в Курило-Камчатском регионе энтропия высокочастотных сейсмических шумов выходит на один и тот же уровень 8,8 бит/с. Кроме того,

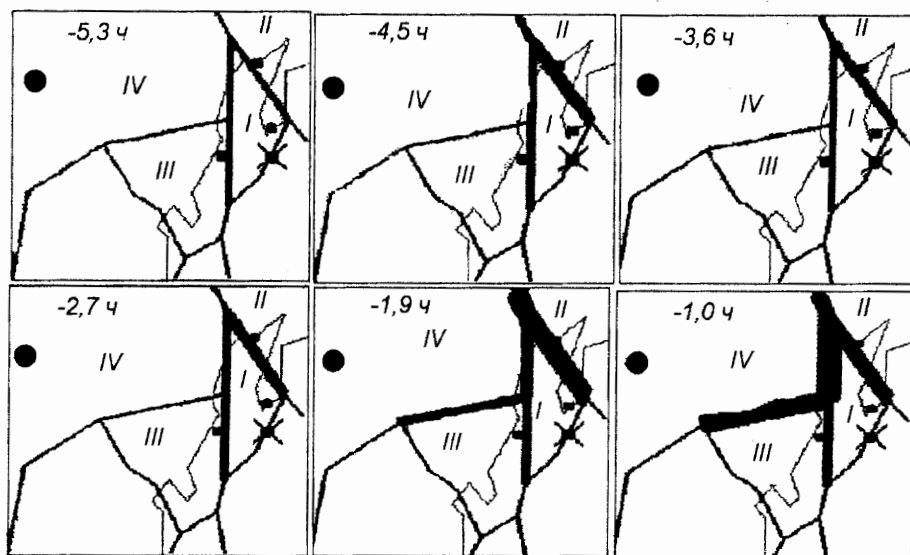


Рис. 6. Временная последовательность карт, характеризующих разность изменения ЭСШ.

Черный кружок отмечает местоположение станции; черный кружок с крестом — положение эпицентра.

полнительную информацию о подготовке сейсмического события.

2. Так как сейсмические шумы могут быть весьма информативны относительно процессов подготовки землетрясений, их следует регистрировать и анализировать непрерывно, а не только в моменты землетрясений, как это делается в современных цифровых системах типа GEOSCOPE. Если хранение и поддержание такого объема данных затруднительны, следует вычислять энтропию сейсмических шумов и архивировать полученные значения энтропии.

3. Обнаруженные свойства сейсмических шумов целесообразно учитывать при развитии глобальной сети стационарных сейсмических станций, для решения вопроса об их рациональном размещении в интересах службы прогноза и предупреждений о готовящихся землетрясениях.

Для оценки возможности предсказания тектонических землетрясений по изменениям энтропии сейсмических шумов необходимо провести дополнительные исследования, в ходе которых уточнить «сценарии» подготовки землетрясений в конкретных регионах, оценить воспроизводимость этих сценариев и описать конкретные признаки подготовки землетрясения.

#### Указатель литературы

1. Давыдов А. В., Долгих Г. И., Холодкович Е. Д. Вариации микродеформаций земной коры // Изв. РАН. Физика Земли. 1997. № 10. С. 57–62.
2. Dragoni M., Botafede M., Boshi E. Silent earthquakes and rupture mechanics along plate boundaries // Earthq. Predict. Res. 1990. № 4. С. 121–129.
3. Дегтярев Г. М., Иванов-Ростовцев А. Г., Колотило Л. Г. О сходстве некоторых закономерностей динамики очагов землетрясений и их сейсмического излучения с различными природными закономерностями // Вулканология и сейсмология. 1992. № 2. С. 76–85.
4. Цветков О. В. Вычисление оценки энтропии биосигнала, инвариантной к изменению

- его амплитуды, с использованием рангового ядра // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1991. Т. 34. № 8. С. 108–110.
5. Цветков О. В. Оценка близости числовых последовательностей с использованием рангового ядра // Там же. 1992. Т. 35. № 8. С. 28–33.
6. Цветков О. В. Дегтярев Г. М. Локальный и синоптический методы наблюдения по сейсмическим шумам за пространственно-временной изменчивостью движений земной коры // Геохимия. 1998. № 9.
7. Tsvetkov O. V., Degtyarev G. M., Antonova L. M. Seismic oscillations entropy as a source of information on modern earth crust motions // Abstracts of International Conference on Problems of Geocosmos, June 17–23. 1996. St.-Petersburg, Russia. 1996. P. 160.
8. Frazer A. M., Swinney H. L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information // Phys. Rev. 1986. Vol. A33. № 2. P. 1134–1140.
9. Мартин Н., Ингленд Дж. Математическая теория энтропии. М., 1988.
10. Синай Я. Г. Введение в эргодическую теорию. М., 1996.
11. Crutchfield J. P., Packard N. H. Symbolic dynamics of noisy chaos // Physica D. 1983. Vol. 7D. № 1–3. P. 201–223.
12. Frazer A. M. Information and entropy in strange attractors // IEEE Trans. Inf. Theor. 1989. Vol. 35. № 2. P. 245–262.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М., 1995.
14. Abarbanel H. D. I. The analysis of observed chaotic data in physical systems // Reviews of Modern Physics. 1993. Vol. 65. № 4. P. 1331–1391.