

В. А. Комаров, Л. С. Хлопонина

ЭФФЕКТЫ ВЫЗВАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ
В МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Приводимая ниже попытка количественной оценки эффектов вызванной поляризации в магнитотеллурическом поле основывается на традиционных представлениях о природе явления вызванной поляризации. Эти представления сводятся к введению дополнительного сопротивления, эквивалентного ЭДС ВП поляризованной породы и предполагают гальваническое возбуждение стационарного электрического поля. Такой подход, как показала практика, оправдывается всем многолетним опытом применения метода ВП при поисках и разведке рудных месторождений.

В методе магнитотеллурического зондирования изучают частотные характеристики электрического и магнитного полей [1]. При этом рассматривается импеданс Z :

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{H_y}, \quad Z_{yx} = -\frac{E_y}{H_x}.$$

Импеданс может быть представлен в виде

$$Z = \frac{\omega\mu}{k} R,$$

где ω — частота колебаний электромагнитного поля; μ — магнитная проницаемость среды; k — постоянная распространения электромагнитных волн; R — “структурный фактор”, в однородной среде равный 1, а в горизонтально-слоистой среде R является функцией удельного сопротивления ρ , мощности d и постоянной k слоев.

Фундаментальная модель МТЗ сводится к определению $\rho(z)$ по $Z(\omega)$. Частотные характеристики импеданса трансформируются в графики кажущегося сопротивления:

$$\rho_T = |Z^2| / \omega\mu = \rho_1 |R^2|,$$

$$\varphi_T = -\frac{\pi}{4} + \text{Arg } R.$$

В работе М. Н. Бердичевского и В. И. Дмитриева [2] показано, что структурный фактор горизонтально-слоистой среды может быть представлен через коэффициент a . На поверхности Земли импеданс равен:

$$Z(0) = \frac{\omega\mu}{k_1} R_1 = \frac{\omega\mu}{k_1} \cdot \frac{1 + a_1 e^{ik_1 d_1}}{1 - a_1 e^{ik_1 d_1}}.$$

Преимущество такого представления заключается в том, что коэффициент a_l (в слое с номером l) может быть вычислен по очень компактным рекуррентным формулам методом “прямой подгонки”. Для слоя с номером l имеем:

$$a_l = e^{ik_l d_l} \frac{\gamma_l + a_{l+1} e^{ik_{l+1} d_{l+1}}}{1 + \gamma_l a_{l+1} e^{ik_{l+1} d_{l+1}}}, \quad (1)$$

где

$$\gamma_l = \frac{\sqrt{\sigma_l} - \sqrt{\sigma_{l+1}}}{\sqrt{\sigma_l} + \sqrt{\sigma_{l+1}}}.$$

Расчет начинается с основания, для которого необходимо положить $a_N = 0$. При выполнении расчетов удобно ввести коэффициент a_{01} согласно равенству

$$a_1 = a_{01} e^{ik_1 d_1},$$

тогда

$$R_1 = \frac{1 + a_{01} e^{2ik_1 d_1}}{1 - a_{01} e^{2ik_1 d_1}}. \quad (2)$$

Вышеприведенные интерпретационные параметры анализировались при рассмотрении поляризационных процессов в горизонтально-слоистых средах. Перечислим их еще раз:

1. Импеданс на поверхности Земли — $Z(0)$.
2. Структурный фактор — $R(\omega)$.
3. Кажущееся сопротивление — $\rho_T(\omega)$, $\varphi_T(\omega)$.
4. Коэффициент — $a_{01}(\omega)$.

В качестве независимой переменной частотных характеристик интерпретационных параметров выступает величина

$$2ik_1 d_1 = 2y_1(-1 + i) = \sqrt{2\omega\mu\sigma_1 d_1}(-1 + i).$$

Переменная $2y_1$ связана с длиной волны λ_1 равенством

$$2y_1 = \frac{4\pi d_1}{\lambda_1}.$$

Учесть влияние поляризации среды при условии индукционного возбуждения электромагнитного поля можно, выполняя прямое преобразование Лапласа интеграла Дюамеля. Напряжение ВП во временной области при возбуждении поля импульсом тока произвольной формы как интеграл Дюамеля [3] равно

$$E_{ВП}(T) = \int_0^T E(t)G(T-t)dt,$$

где $E(t)$ — напряжение возбуждающего электрического поля в зависимости от времени зарядки; $G(t) = df(t)/dt$ — производная по времени от напряжения ВП $f(t)$, соответствующего прямоугольному импульсу тока.

Интеграл Дюамеля есть свертка функций $E(t)$ и $G(t)$. Из теории преобразования Лапласа [4] известно, что свертка двух функций во временной области — оригиналов соответствует произведению изображений этих функций в частотной области. Если известны изображения функций $E(t)$ и $G(t)$, то

$$L[E(t)] = F_1(\omega) \quad \text{и} \quad L[G(t)] = F_2(\omega),$$

тогда напряжение ВП $E_{ВП}$ в частотной области равно произведению $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$:

$$E_{ВП}(\omega) = F_1(\omega) \cdot F_2(\omega).$$

В качестве $f(t)$ возьмем функцию [3]

$$f(x) = 1 - e^x \operatorname{erfc}\sqrt{x}.$$

Здесь $x = TN/T_M$, $N = 0,6745657$, где T_M — время максимума логарифмической производной переходной характеристики ВП (или время максимума дифференциальной поляризуемости — $\tilde{\eta}_{\max}$), T — время зарядки в секундах.

Можно показать, что изображение этой функции равно:

$$F_2(\omega) = \frac{1}{1 + \sqrt{i\omega/\omega_0}},$$

где $\omega_0 = N/T_M$ — собственная частота поляризационного процесса.

Модуль и фаза $F_2(\omega)$ представлены на рис. 1.

Очевидно, что изложенные соображения применимы не только к напряженности электрического поля, но и к любому интерпретационному параметру. Применим их к структурному фактору над трехслойным разрезом с поляризующимся вторым слоем. В качестве функции $F_1(\omega)$ будет выступать, очевидно, сопротивление $\Delta R(\omega)$, возникающее за счет поляризации второго слоя:

$$\Delta R(\omega) = \frac{\partial R}{\partial \sigma_2} \Delta \sigma_2, \quad (3)$$

где $\Delta \sigma_2$ — изменение электропроводности второго слоя за счет поляризации среды.

Чтобы получить наблюдаемый эффект ВП, равенство (3) необходимо умножить на $F_2(\omega)$, что приводит к следующему выражению для структурного фактора R^* с учетом поляризации среды:

$$R^* = R \left[1 + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \sigma_2} \Delta \sigma_2 F_2(\omega) \right]. \quad (4)$$

Выражение в квадратных скобках назовем поляризационным фактором и обозначим символом PF . Равенство (4) остается справедливым, если R заменить каким-либо другим интерпретационным параметром. Анализируя равенство (4), приходим к выводу, что эффекты поляризации слоистой структуры зависят от поляризационной частоты ω_0 , сопротивления и мощности поляризующегося слоя. Функция F_2

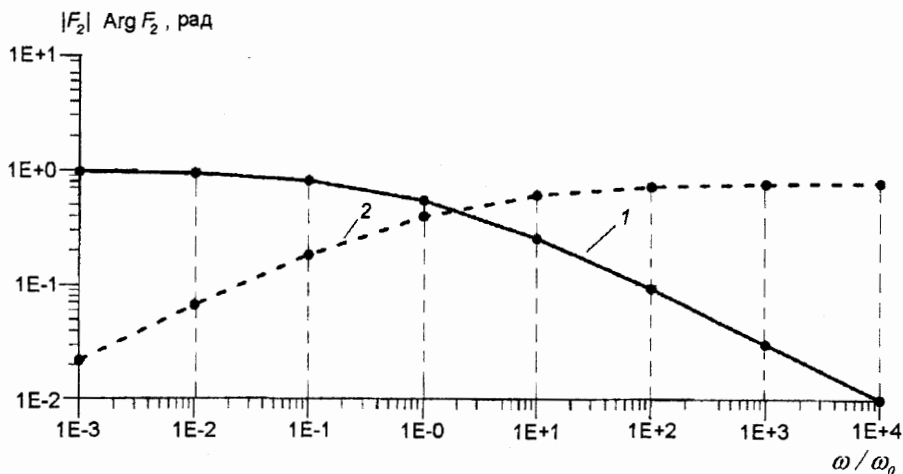


Рис. 1. Частотные характеристики поляризационного процесса.

1 — $|F_2|$; 2 — $\text{Arg } F_2$.

зависит только от ω/ω_0 , ΔR является функцией $2y_2$ и γ_2 . Взаимоотношения между двумя зависимыми переменными определяются параметрами разреза:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = (2y_2)^2 \alpha,$$

где
$$\alpha = \frac{\rho}{2\mu\omega_0 d^2} = \frac{\rho T_0}{4\pi\mu d^2}.$$

Как показали расчеты, выполненные для некоторых простейших случаев, эффекты поляризации могут оказывать заметное влияние на интерпретационные параметры МТЗ. Например, в случае однородной поляризующейся Земли для кажущегося сопротивления приходим к следующим равенствам:

$$\rho_T^* = \rho_T(1 + \eta F_2), \tag{5}$$

$$\varphi_T^* = -\frac{\pi}{4} + \text{Arg}(1 + 0,5\eta F_2).$$

Здесь η соответствует истинной поляризуемости среды для бесконечно длинной зарядки стационарным током. Графики частотных характеристик ρ_T^* и φ_T^* приведены на рис. 2. В равенстве (5) в качестве поляризуемости выступает величина $\Delta\sigma/\sigma$. Если ее привести к обычно принятому выражению $\eta = \Delta\sigma/(\sigma + \Delta\sigma)$, то в приведенном примере она составляет 50 %.

Для двухслойной структуры согласно равенствам (1) и (2) имеем:

$$a_{01} = \gamma_1 = \text{const} \quad \text{и} \quad R_1 = \frac{1 + \gamma_1 e^{2z_1}}{1 - \gamma_1 e^{2z_1}}, \tag{6}$$

где $2z_1 = 2ik_1 d_1$.

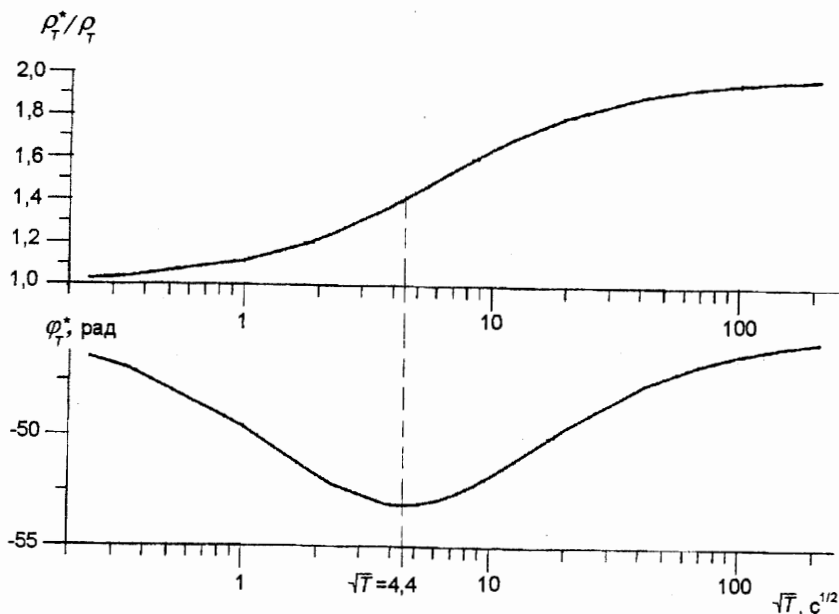


Рис. 2. Графики ρ_T^*/ρ_T и φ_T для однородного поляризующегося пространства.

$\rho = 1550 \text{ Ом}\cdot\text{м}; \omega_0 = 0,33 \text{ рад/с}$ или $T_0 = 19,4 \text{ с}; \eta_{\infty} = \Delta\sigma/\sigma = 100 \text{ \%}$.

Поляризационный фактор в случае поляризующегося основания двухслойной структуры равен:

$$PF = 1 + 0,5\eta_2 F_2 \frac{(1 - \gamma_1^2)e^{2z_1}}{1 - \gamma_1^2 e^{4z_1}}. \quad (7)$$

На рис. 3 и 4 представлены частотные характеристики поляризационного и структурного факторов. Наиболее заметные эффекты ВП наблюдаются в области $\omega < 1,257 \cdot 10^2$.

В случае трехслойной структуры с поляризующимся вторым слоем для коэффициента a_{01} приходим к равенству

$$a_{01} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 e^{2z_2}}{1 + \gamma_1 \gamma_2 e^{2z_2}}. \quad (8)$$

Частотные характеристики структурного фактора для трехслойного разреза могут быть сведены к анализу псевдодвухслойных характеристик: $a_{01}(2y_2, \gamma_1, \gamma_2)$, которые не зависят от мощности верхнего слоя. В принципе, эти характеристики могут быть использованы в качестве палеток и служить для определения параметров трехслойной структуры.

Учитывая равенство (4), для поляризационного фактора получим:

$$PF(a_{01}) = 1 + \frac{1}{a_{01}} \frac{\partial a_{01}}{\partial \sigma_2} \Delta \sigma_2 F_2 = 1 - \eta_2 F_2 \frac{(1 - \gamma_1^2)S}{(\gamma_1 + \gamma_2 e^{2z_2})(1 + \gamma_1 \gamma_2 e^{2z_2})},$$

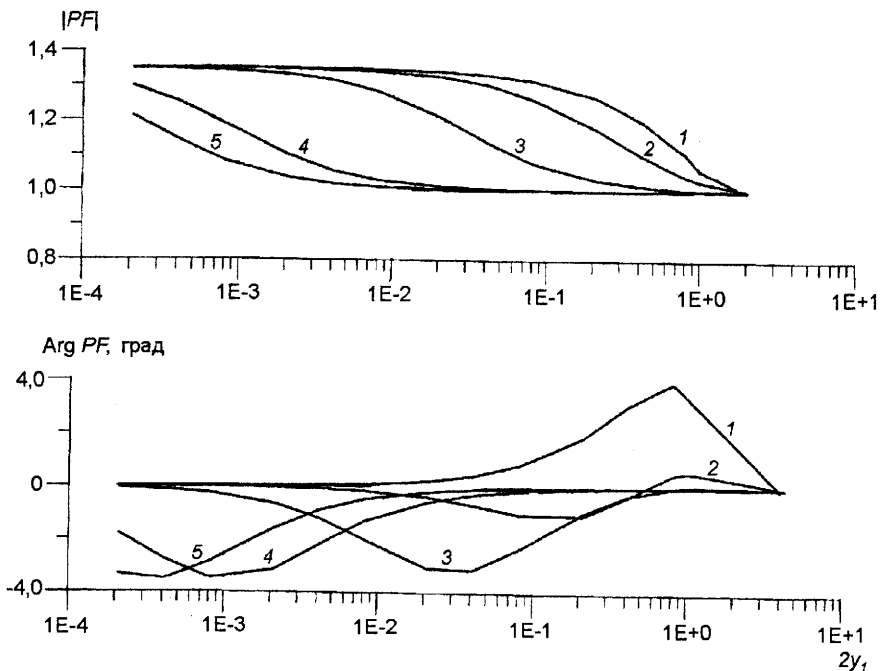


Рис. 3. Частотные характеристики модуля и фазового угла поляризационного фактора в случае поляризующегося основания двухслойного разреза.

$\gamma_1 = -0,1$; $\eta_2 = \Delta\sigma_2/\sigma_2 = 70\%$; $T_0 = 19,4$ с. Индекс ρ_1/d_1^2 : 1 — 10^{-7} , 2 — 10^{-5} , 3 — 10^{-3} , 4 — 1, 5 — 10.

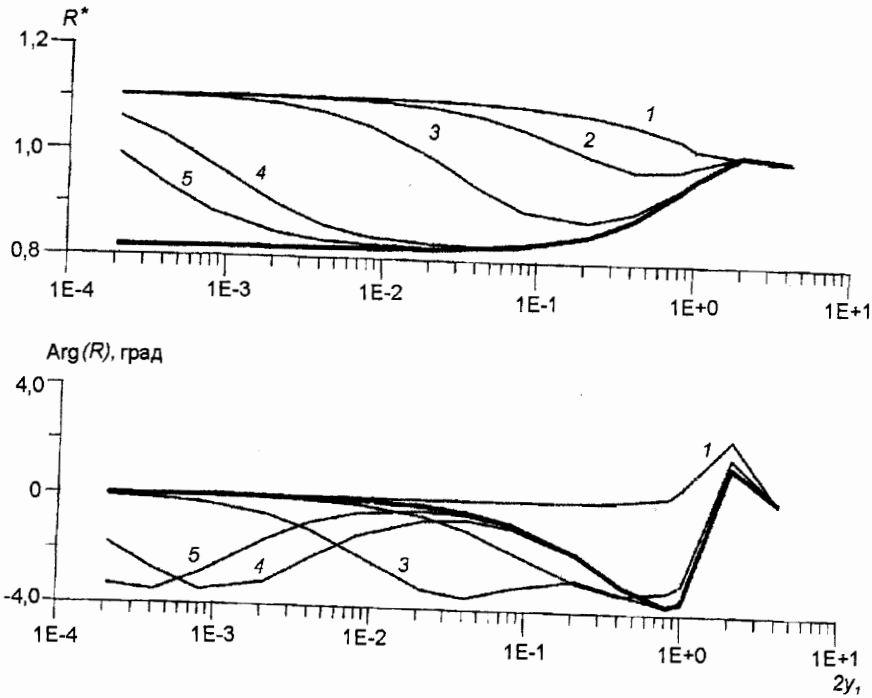


Рис. 4. Частотные характеристики модуля и фазового угла структурного фактора двухслойного разреза ($\gamma_1 = -0,1$) в случае возникновения только индукционных процессов (жирная линия) и при условии поляризации основания.

$\eta_2 = \Delta\sigma_2/\sigma_2 = 70\%$, $T_0 = 19,4$ с. Индекс ρ_1/d_1^2 : 1 — 10^{-7} , 2 — 10^{-8} , 3 — 10^{-3} , 4 — 1, 5 — 10.

где

$$S = \frac{\gamma_2^2 e^{4z_2}}{4} + \gamma_2 e^{2z_2} \left(\frac{1 - \gamma_2^2}{4\gamma_2} + Z_2 \right).$$

Для структурного фактора R трехслойной среды имеем:

$$R = \frac{1 + a_{01} e^{2z_1}}{1 - a_{01} e^{2z_1}} = \frac{1 - e^{-2\psi}}{1 + e^{-2\psi}} = \text{th } \psi,$$

где $-2\psi = 2z_1 + \ln a_{01} \pm i\pi$.

Выполнив дифференцирование $\frac{\partial R}{\partial \sigma_2}$, получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \ln a_{01}}{\partial \sigma_2} = -\frac{1}{2a_{01}} \frac{\partial a_{01}}{\partial \sigma_2},$$

$$PF = 1 + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \sigma_2} \Delta\sigma_2 F_2 = 1 - \frac{1}{\text{sh} 2\psi} \frac{1}{a_{01}} \frac{\partial a_{01}}{\partial \sigma_2} \Delta\sigma_2 F_2.$$

Как показали модельные расчеты, эффекты поляризации среды могут оказать заметное влияние на интерпретационные параметры МТЗ. Это влияние усиливается в области низких частот и особенно заметно проявляется для слоев, слабо различающихся по сопротивлению.

В области низких частот удается установить некоторую закономерность в поведении частотной характеристики логарифмической производной R , позволяющей

судить о возникновении или отсутствии поляризационных эффектов. На рис. 5 представлены графики величины $\frac{\partial \ln R}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } R$, рассчитанной в соответствии с равенствами (6) и (7). Рассматривалась двухслойная среда с поляризующимся основанием ($\gamma_1 = -0,1$, $\eta_2 = \Delta\sigma_2/\sigma_2 = 70\%$, $T_0 = 19,4$ с). Варьировалось сопротивление и мощность верхнего слоя, индексом графиков служит величина ρ_1/d_1^2 . В случае возникновения только индукционных процессов все расчетные данные укладываются на прямую, параллельную оси абсцисс. В случае возникновения поляризационных процессов эта закономерность нарушается.

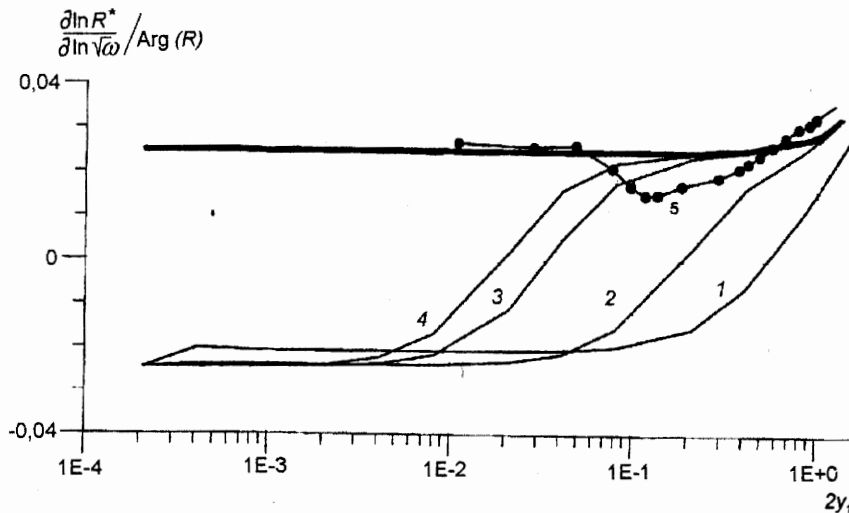


Рис. 5. Графики $\frac{\partial \ln R}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } R$ для двухслойного разреза ($\gamma_1 = -0,1$) при условии возникновения только индукционных процессов (жирная линия) и при условии поляризации основания.

$\eta_2 = \Delta\sigma_2/\sigma_2 = 70\%$; $T_0 = 19,4$ с. Индекс ρ_1/d_1^2 : 1 — 10^{-5} , 2 — 10^{-3} , 3 — 1, 4 — 10, 5 — график по результатам практических наблюдений (по данным А. А. Ковтун).

Как показали модельные расчеты, все сказанное остается в силе и для трехслойной структуры с поляризующимся вторым слоем, если рассматривать величину $\frac{\partial \ln a_{01}}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } a_{01}$.

На рис. 5 приведен также график, построенный по результатам практических наблюдений (по данным А. А. Ковтун), который вписывается в общую картину поведения расчетных частотных характеристик.

Нетрудно убедиться, что отмеченные закономерности следуют из приведенных выше определений структурного фактора. В случае двухслойной среды из равенства (6) логарифмическая производная R равна

$$\frac{\partial \ln R}{\partial \ln \sqrt{\omega}} = \frac{2\gamma_1 2z_1 e^{2z_1}}{1 - \gamma_1^2 e^{4z_1}}.$$

Кроме того, полагая, что при $2y_1 \rightarrow 0$ выполняется равенство

$$\text{Arg } R \cong \frac{\text{Im } R}{\text{Re } R} = \frac{2\gamma_1 e^{-2y_1} \sin 2y_1}{1 - \gamma_1^2 e^{-4y_1}},$$

приходим к соотношению

$$\frac{\partial \ln R}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } R \cong \frac{2z_1}{2y_1} = \sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi} = -1 + i = \text{const.}$$

Для трехслойной среды из (8) получим:

$$\frac{\partial \ln a_{01}}{\partial \ln \sqrt{\omega}} = \frac{\gamma_2(1 - \gamma_1^2)2z_2e^{2z_2}}{(\gamma_1 + \gamma_2e^{2z_2})(1 + \gamma_1\gamma_2e^{2z_2})},$$

$$\text{Arg } a_{01} \cong \frac{\text{Im } a_{01}}{\text{Re } a_{01}} = \frac{\gamma_2(1 - \gamma_1^2)e^{-2y_2} \sin 2y_2}{\gamma_1 + \gamma_2(1 + \gamma_1^2)e^{-2y_2} \cos 2y_2 + \gamma_1\gamma_2e^{-4y_2}}.$$

Приведенные равенства для логарифмической производной и аргумента a_{01} приводят к аналогичному результату:

$$\frac{\partial \ln a_{01}}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } a_{01} \cong \frac{2z_2}{2y_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi} = -1 + i = \text{const.}$$

Таким образом, отношение $\frac{\partial \ln R}{\partial \ln \sqrt{\omega}} / \text{Arg } R$ или аналогичное выражение для коэффициента a_{01} могли бы послужить удобным диагностическим параметром для определения существования эффектов поляризации. Такой параметр не зависит от сопротивления слоев и остается справедливым в области $2y_{1,2} < 0,5$. В то же время, учитывая доступный для практических измерений интервал частот — первые десятки герц, сопротивление слоя должно составлять первые единицы омметров. Так, чтобы $2y_{1,2} = 1$ соответствовало 100 Гц при мощности слоя 50 м, $\rho_{1,2}$ должно составлять приблизительно 1 Ом·м. Другими словами, рассматриваемый пример может быть использован в частном случае очень низких сопротивлений слоев.

Отметим, что приведенные выше соображения не противоречат существующим представлениям о влиянии поляризующейся среды на индукционные процессы, изложенные, например, в работе М. Н. Бердичевского [5].

В заключение можно сказать, что эффекты вызванной поляризации в магнитотеллурическом поле могут играть заметную роль, а возможность их практического применения привлекает заманчивой перспективой увеличения глубинности метода ВП при использовании мощного естественного источника возбуждения электромагнитного поля.

Указатель литературы

1. Электроразведка: Справочник геофизика. Т. 1. М., 1989. 437 с.
2. Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред. М., 1992. 249 с.
3. Комаров В. А. Электроразведка методом вызванной поляризации. М., 1980. 391 с.
4. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М., 1965. 778 с.
5. Бердичевский М. Н., Похотелов Д. О. Дисперсионные соотношения в магнитотеллурическом импедансе поляризующейся среды // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1997. № 7. С. 29–31.