*Г. В. Молочнов, Л. В. Артамонов*

# ОБ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ДИПОЛЕМ

При осуществлении электромагнитных исследований верхних горизонтов земной коры с вертикальным магнитным диполем по методикам частотных, изопараметрических и радиальных зондирований используются различные характеристики поля: вертикальная $h_z$ и горизонтальная $h_r$ компоненты магнитного поля, их отношение $h_z/h_r$, горизонтальная компонента электрического поля $e$, отношение $e/h_r$, отношение большой и малой осей эллипса поляризации магнитного поля $h_a/h_b$ и угол наклона большой оси к горизонту $\alpha$. Из-за отсутствия универсальной измерительной аппаратуры выбор характеристик поля и методики исследования зачастую определяется лишь возможностями имеющихся в наличии технических средств и субъективными оценками их эффективности вне зависимости от конкретных геоэлектрических условий.

В настоящей работе изложены результаты исследования зависимости характеристик поля от параметра установки $P$ с целью определения их оптимальной информативности в диапазоне реальных значений $P$. Под оптимальной информативностью подразумеваются как высокое разрешение относительно $P$, так и метрологические аспекты техники и методики, обеспечивающие минимальную погрешность измерений.

Во всех случаях для определения типа геоэлектрического разреза и его количественных оценок по измеренным значениям характеристик поля находят величину эффективного удельного сопротивления $\tilde{\rho}$. Для этого используют график зависимости выбранной характеристики над однородным полупространством (нормальное поле) от параметра установки:*

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{f}{5\rho}}r \cdot 10^{-3},$$

Определив по измеренному значению параметр $P$, легко получить $\tilde{\rho}$ по формуле $\tilde{\rho} = 0{,}8\pi^2 \cdot 10^{-6} f r^2/P^2$. Этот способ определения $\tilde{\rho}(P)$ имеет два недостатка. Во-первых, существует необходимость оценки $P$ по каждому из измеренных значений $x$ ($x$ — любая из перечисленных характеристик поля) по табличным зависимостям $x(P)$ [1], требующая дополнительной затраты времени. Во-вторых, из-за сложности функций $x(P)$ зависимость $\tilde{\rho}(x)$ характеризуется непостоянством относительной погрешности $\delta\tilde{\rho}(x)$ вслед за непостоянством $\delta P(x)$ для различных величин $x$ при том, что погрешность измерений $K = \delta x = \text{const}$.

Представляется целесообразным непосредственное вычисление $\tilde{\rho}$ по значениям $x$, определенным не через сложную функцию $x(P)$, а через более простые приближенные зависимости $x \approx f(P)$ на ее отдельных отрезках, характеризующиеся известными и допустимыми для оценки $\delta\tilde{\rho}$ погрешностями $\delta x(P)$. С этой целью весь

*Здесь и далее частота поля $f$ выражена в герцах, разнос установки $r$ — в метрах, удельное электрическое сопротивление $\rho$ — в омметрах.

диапазон параметра разделен на несколько отрезков, где зависимости $x(P)$ оказалось возможным получить в виде простых линейных или степенных функций $x \approx f(P)$, от которых легко перейти к требуемым функциям $P \approx f(x)$ и далее к $\tilde{\rho}(x)$.

Аппроксимационные формулы $x(P)$ составлены на основании значений компонент нормального поля, опубликованных в виде магнитных и электрических чисел $h_z$, $h_r$, $e$: $h_z = 4\pi r^3 H_z/M$; $h_r = 4\pi r^3 H_r/M$; $e = 4\pi r^2 E/\omega\mu_0 M$; $h_z/h_r = H_z/H_r$; $e/h_r = E/\omega\mu_0 r H_r$, где $H_z$, $H_r$, $E$ — измеренные компоненты поля; $M$ — магнитный момент диполя; $r$ — разнос установки; $\mu_0$ — магнитная проницаемость; $\omega$ — круговая частота поля [1]. Погрешности вычислений по предложенным формулам, как правило, не превышают одного процента и лишь в редких случаях на небольших интервалах достигают двух процентов.

Таблица 1

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L(h_z)\delta h_z$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{0{,}5536}{h_z - 0{,}898}\right)^2$ | $\dfrac{2h_z}{h_z - 0{,}898}\delta h_z$ | $\dfrac{13{,}3}{7{,}1}\delta h_z$ | $1{,}05 \le h_z \le 1{,}25$<br>$0{,}8 \le P \le 1{,}8$ |
| $\left(\dfrac{0{,}3934}{1{,}75 - h_z}\right)^2$ | $\dfrac{2h_z}{1{,}75 - h_z}\delta h_z$ | $\dfrac{5{,}2}{4{,}0}\delta h_z$ | $1{,}30 \ge h_z \ge 1{,}17$<br>$3{,}2 \le P \le 4{,}0$ |
| $\left(\dfrac{0{,}6463}{2{,}11 - h_z}\right)^2$ | $\dfrac{2h_z}{2{,}11 - h_z}\delta h_z$ | $\dfrac{2{,}5}{0{,}6}\delta h_z$ | $1{,}17 \ge h_z \ge 0{,}150$<br>$4{,}0 \le P \le 7{,}0$ |
| $\left(\dfrac{0{,}3822}{1{,}45 - h_z}\right)^2$ | $\dfrac{2h_z}{1{,}45 - h_z}\delta h_z$ | $\dfrac{1{,}0}{0{,}4}\delta h_z$ | $0{,}50 \ge h_z \ge 0{,}22$<br>$7{,}0 \le P \le 9{,}4$ |
| $0{,}4337 h_z$ | $\delta h_z$ | $\delta h_z$ | $0{,}22 \ge h_z \ge 0{,}10$<br>$9{,}4 < P < 13{,}2$ |
| $0{,}4387 h_z$ | $\delta h_z$ | $\delta h_z$ | $0{,}10 \ge h_z$<br>$13{,}2 < P$ |

Зная функцию $\tilde{\rho}(x)$, можно установить связь между относительной погрешностью измерения характеристики поля и относительной погрешностью экспериментального определения эффективного сопротивления $\tilde{\rho}$:

$$\frac{\Delta\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} = \frac{d\tilde{\rho}}{dx} \cdot \frac{dx}{\tilde{\rho}} = \frac{d\tilde{\rho}}{dx} \cdot \frac{x}{\tilde{\rho}} K = L(x)K.$$

Это соотношение позволяет по оценке погрешности $\Delta\tilde{\rho}/\tilde{\rho}$ через $L(x)$ и $K$ составить суждение о целесообразности использования той или иной характеристики поля на разных интервалах зависимости $x(P)$ для получения $\tilde{\rho}(x)$ с минимальной погрешностью.

Знание таких оценок $\Delta\tilde{\rho}/\tilde{\rho}$ для каждой из используемых характеристик дает возможность установить диапазон параметров, а следовательно, частот и разносов, в котором наиболее целесообразно измерение характеристики, соответствующей минимальной $\Delta\tilde{\rho}/\tilde{\rho}$, а также провести объективное сравнение эффективности их применения.

Таблица 2

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L(h_r)\delta h_r$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| Низкочастотная ветвь | | | |
| $7{,}8957\left(\dfrac{1}{4h_r} - 0{,}16\right)$ | $1 + \dfrac{0{,}64h_r}{1-0{,}64h_r}\delta h_r$ | $\dfrac{1}{1{,}2}\delta h_r$ | $h_r \leq 0{,}25$<br>$P \leq 1{,}10$ |
| $7{,}8957\left(\dfrac{1}{4{,}10h_r} - 0{,}126\right)$ | $1 + \dfrac{0{,}5766h_r}{1-0{,}5766h_r}\delta h_r$ | $\dfrac{1{,}15}{2{,}20}\delta h_r$ | $0{,}25 \leq h_r \leq 1{,}04$<br>$1{,}1 \leq P \leq 3{,}1$ |
| $7{,}8957\left(\dfrac{1}{3{,}4h_r} - 0{,}176\right)$ | $1 + \dfrac{0{,}5984h_r}{1-0{,}5984h_r}\delta h_r$ | $\dfrac{2{,}60}{3{,}50}\delta h_r$ | $1{,}04 \leq h_r \leq 1{,}20$<br>$3{,}1 \leq P \leq 3{,}9$ |
| Высокочастотная ветвь | | | |
| $\left(\dfrac{0{,}4131}{2{,}03 - h_r}\right)^2$ | $\dfrac{2h_r}{2{,}03 - h_r}\delta h_r$ | $\dfrac{2{,}90}{1{,}10}\delta h_r$ | $1{,}20 \geq h_r \geq 0{,}71$<br>$5{,}6 \leq P \leq 9{,}0$ |
| $\left[\dfrac{0{,}1073}{-(h_r - 0{,}167) + \sqrt{(h_r - 0{,}167)^2 + 0{,}491}}\right]^2$ | $\dfrac{2h_r\,\delta h_r}{\sqrt{(h_r - 0{,}167)^2 + 0{,}491}}$ | $\dfrac{1{,}60}{1{,}40}\delta h_r$ | $0{,}71 \geq h_r \geq 0{,}55$<br>$9{,}0 \leq P \leq 11$ |
| $(0{,}4683h_r)^2$ | $2\delta h_r$ | $2\delta h_r$ | $0{,}55 \geq h_r$<br>$P \geq 11$ |

Таблица 3

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L(e)\delta e$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{0{,}3625}{1{,}085 - e}\right)^2$ | $\dfrac{2e}{1{,}085 - e}\delta e$ | $\dfrac{16{,}9}{9{,}1}\delta e$ | $0{,}97 \geq e \geq 0{,}89$<br>$0{,}80 \leq P \leq 1{,}50$ |
| $\left(\dfrac{0{,}5142}{1{,}17 - e}\right)^2$ | $\dfrac{2e}{1{,}17 - e}\delta e$ | $\dfrac{6{,}4}{1{,}3}\delta e$ | $0{,}89 \geq e \geq 0{,}46$<br>$1{,}5 \leq P \leq 3{,}9$ |
| $\left[\dfrac{0{,}2355}{-(e - 0{,}16) + \sqrt{(e - 0{,}16)^2 + 0{,}3017}}\right]^2$ | $\dfrac{2e}{\sqrt{(e - 0{,}16)^2 + 0{,}3017}}\delta e$ | $\dfrac{1{,}5}{0{,}6}\delta e$ | $0{,}46 \geq e \geq 0{,}17$<br>$3{,}9 \leq P \leq 6{,}5$ |
| $\left(\dfrac{0{,}1377}{0{,}483 - e}\right)^2$ | $\dfrac{2e}{0{,}483 - e}\delta e$ | $\dfrac{1{,}1}{0{,}5}\delta e$ | $0{,}17 \geq e \geq 0{,}10$<br>$6{,}5 \leq P \leq 8{,}0$ |
| $1{,}316e$ | $\delta e$ | $\delta e$ | $0{,}1 \geq e$<br>$8 \leq P$ |

Результаты определения аппроксимирующих функций $x \approx f(P)$, формул для расчета приближенных значений $\tilde{\rho}(x, P)$ и проверки их соответствия точным аналитическим данным обобщены в таблицах для характеристик поля. В них для каждого из интервалов значений параметра и измеряемой величины поля приведены формулы для расчета в данном интервале, формулы для вычисления $\delta\tilde{\rho}(x)$, а также численные значения итоговых погрешностей аппроксимации в начале (числитель) и конце (знаменатель) интервала.

Таблица 4

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L\left(\dfrac{h_z}{h_r}\right)\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| $1{,}9739\left(\dfrac{h_z}{h_r} - 0{,}98\right)$ | $\dfrac{\dfrac{h_z}{h_r}}{\dfrac{h_z}{h_r} - 0{,}98}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}0}{2{,}1}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $1{,}85 \le \frac{h_z}{h_r}$ <br> $1{,}8 \ge P$ |
| $0{,}53\left(\dfrac{h_z}{h_r}\right)^2$ | $2\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $2\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $1{,}85 \ge \dfrac{h_z}{h_r} \ge 0{,}66$ <br> $1{,}8 \le P \le 5{,}8$ |
| $\left[\dfrac{0{,}1551}{-\left(\dfrac{h_z}{h_r} - 0{,}157\right) + A}\right]^2$ | $\dfrac{2\dfrac{h_z}{h_r}}{A}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}6}{0{,}9}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $0{,}66 \ge \dfrac{h_z}{h_r} \ge 0{,}31$ <br> $5{,}8 \le P \le 9{,}5$ |
| $\left[\dfrac{0{,}05227}{\left(\dfrac{h_z}{h_r} - 0{,}205\right) - B}\right]^2$ | $\dfrac{2\dfrac{h_z}{h_r}}{B}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $\dfrac{0{,}8}{0{,}8}\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $0{,}31 \ge \dfrac{h_z}{h_r} \ge 0{,}22$ <br> $9{,}5 \le P \le 13$ |
| $0{,}8773\left(\dfrac{h_z}{h_r}\right)^2$ | $2\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $2\delta\dfrac{h_z}{h_r}$ | $\dfrac{h_z}{h_r} \le 0{,}22$ <br> $13 \le P$ |

$$A = \sqrt{(h_z/h_r - 0{,}157)^2 + 0{,}425}, \quad B = \sqrt{(h_z/h_r - 0{,}205)^2 - 0{,}1488}$$

Из приведенных формул видно, что в интервалах малых и средних параметров погрешность $\tilde{\rho}(x)$ зависит от величины поля и прямо пропорциональна погрешности измерения $\delta x$. При больших параметрах $\delta\tilde{\rho}$ определяется исключительно погрешностью измерений. Это дает возможность определить интервал параметров или величин характеристики поля, а значит, и возможные частоту и разносы, при которых $\delta\tilde{\rho}(x)$ не превышала бы требуемого значения при известной величине $\delta x$. Например, обращаясь к табл. 1, для ориентировочной оценки примем условно, что при заданной величине погрешности $K$ коэффициент $L(x)$ не должен быть более пяти. Из приведенных в таблице данных об интервалах $P$ и $h_z$ следует, что измерения вертикальной компоненты поля можно проводить при $P > 3{,}6$ (или при $h_z < 1{,}25$). Пользуясь для расчета $\delta\tilde{\rho}(x)$ величинами $h_z$ из первых двух строк этой таблицы, можно убедиться, что даже при $K = 0{,}01$ вертикальная компонента при $P < 3{,}6$ не может быть рекомендована для измерений из-за большой погрешности $\delta\tilde{\rho}(x)$.

Горизонтальная (радиальная) компонента магнитного поля $h_r$, также как и вертикальная ($P_{\max} = 2{,}6$, $h_{z_{\max}} = 1{,}32$), является двузначной функцией $P$ с максимумом при $P = 4{,}6$ и $hz_{\max} = 1{,}25$. На интервале $4{,}0 \le P \le 5{,}6$ интенсивность $h_r$ возрастает не более, чем на 5 %, и измерения здесь нежелательны из-за возможного увеличения $\delta h_r$. На остальных отрезках диапазона значения $L(h_r)$ невелики, и по этому признаку измерения $h_r$ могут считаться информативными как на низкочастотной, так и на высокочастотной ветвях $h_r(P)$. Однако всегда следует принимать во внимание, что измерение радиальной компоненты поля вертикального магнитного диполя на одной горизонтальной линии сопряжено с риском нестабильности $\delta h_r$ за счет неконтролируемой или недостаточно жестко контролируемой взаимной ориентации источника и приемника в полевых условиях и связанного с ними сильного влияния первичного поля на результат.

Таблица 5

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L\left(\dfrac{e}{h_r}\right)$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| $1{,}974\left(\dfrac{e}{h_r} - 0{,}38\right)$ | $\dfrac{\frac{e}{h_r}}{\frac{e}{h_r} - 0{,}38}\,\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}0}{1{,}2}\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{e}{h_r} \ge 2{,}6$ <br> $1{,}3 \ge P$ |
| $1{,}794\left(\dfrac{e}{h_r} - 0{,}125\right)$ | $\dfrac{\frac{e}{h_r}}{\frac{e}{h_r} - 0{,}125}\,\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}1}{1{,}2}\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $2{,}6 \ge \dfrac{e}{h_r} \ge 0{,}6$ <br> $1{,}3 \le P \le 3{,}0$ |
| $1{,}504\left(\dfrac{e}{h_r} - 0{,}033\right)$ | $\dfrac{\frac{e}{h_r}}{\frac{e}{h_r} - 0{,}033}\,\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}1}{1{,}3}\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $0{,}6 \ge \dfrac{e}{h_r} \ge 0{,}14$ <br> $1{,}3 \le P \le 7{,}0$ |
| $1{,}795\left(\dfrac{e}{h_r} - 0{,}047\right)$ | $\dfrac{\frac{e}{h_r}}{\frac{e}{h_r} - 0{,}047}\,\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{1{,}5}{1{,}9}\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $0{,}14 \ge \dfrac{e}{h_r} \ge 0{,}10$ <br> $7 \le P \le 9$ |
| $\left(\dfrac{0{,}01784}{0{,}1588 - \frac{e}{h_r}}\right)^2$ | $\dfrac{2\frac{e}{h_r}}{0{,}1588 - \frac{e}{h_r}}\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $\dfrac{3{,}6}{2{,}2}\dfrac{e}{h_r}$ | $0{,}10 \ge \dfrac{e}{h_r} \ge 0{,}08$ <br> $9 \le P \le 12$ |
| $7{,}896\left(\dfrac{e}{h_r}\right)^2$ | $2\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $2\delta\dfrac{e}{h_r}$ | $0{,}08 \ge \dfrac{e}{h_r}$ <br> $12 \le P$ |

Горизонтальная компонента электрического поля однозначна во всем диапазоне $P$, однако ее измерения целесообразны лишь при $P > 1{,}8$ и $e < 0{,}83$, когда снижаются величины $L(e)$. Коэффициенты $L(x)$ при погрешности измерений $h_z/h_r$ и $e/h_r$ невелики во всем диапазоне $P$, и эти однозначные характеристики поля могли бы считаться приемлемыми для определения $\tilde{\rho}$ при всех параметрах и при условиях достаточной пороговой чувствительности измерения электрического поля и небольшой и стабильной погрешности $\delta h_r$.

Из табл. 6 следует, что величины угла наклона магнитного поля, выраженные в градусах, отличаются большими значениями $\delta\tilde{\rho}(\alpha)$ в сравнении с погрешностью $\delta(\alpha)$. Это связано со слабой зависимостью функции $\alpha(P)$ в интервале $0 < P < 1{,}8$. Если принять условное значение $L(\alpha) \leq 5$ в качестве меры допустимой погрешности $\delta\tilde{\rho}(\alpha) = L(\alpha)\delta(\alpha)$ для определения $\tilde{\rho}(\alpha)$, то это условие выполняется при $P > 1{,}8$, $\alpha < 75°$ и $\delta\tilde{\rho}(\alpha) \leq 5{,}2\delta(\alpha)$.

Таблица 6

| $\dfrac{\tilde{\rho}}{10^{-6} f r^2}$ | $\delta\tilde{\rho}$ | $L(\alpha^0)\delta\alpha^0$ | Пределы применимости формулы |
|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{26{,}864}{-1{,}77+A}\right)^2$ | $\dfrac{19{,}12\alpha}{(-1{,}77+A)A}\delta\alpha$ | $\dfrac{23{,}3}{7{,}1}\delta\alpha$ | $80 \leq \alpha \leq 88$<br>$1{,}4 \geq P \geq 0{,}8$ |
| $\left(\dfrac{45{,}522}{103{,}7-\alpha}\right)^2$ | $\dfrac{2\alpha}{(103{,}7-\alpha}\delta\alpha$ | $\dfrac{6{,}8}{3{,}0}\delta\alpha$ | $62 \leq \alpha \leq 80$<br>$2{,}6 \geq P \geq 1{,}4$ |
| $\left[\dfrac{32{,}26}{-(\alpha-46{,}5)+C}\right]^2$ | $\dfrac{2\alpha}{C}\delta\alpha$ | $\dfrac{2{,}7}{1{,}0}\delta\alpha$ | $25 \leq \alpha \leq 62$<br>$6{,}0 \geq P \geq 2{,}6$ |
| $\left(\dfrac{5{,}395}{19{,}12-B}\right)^2$ | $\dfrac{3{,}84\alpha}{(19{,}12-B)B}\delta\alpha$ | $\dfrac{1{,}1}{2{,}3}\delta\alpha$ | $10{,}5 \leq \alpha \leq 25$<br>$9{,}5 \geq P \geq 6{,}0$ |
| $(0{,}02332\alpha)^2$ | $2\delta\alpha$ | $2\delta\alpha$ | $\alpha \leq 9$<br>$P \geq 13$ |

$$A = \sqrt{3{,}133 + 19{,}12(92{,}48 - \alpha)}, \quad B = \sqrt{365{,}57 - 3{,}84(105{,}45 - \alpha)},$$
$$C = \sqrt{(\alpha - 46{,}5)^2 + 1837}.$$

Таким образом, полученные материалы дают возможность сделать оценки величин и информативности характеристик поля в различных интервалах значений параметра установки, определить интервалы, для которых вычисление экспериментальных значений $\tilde{\rho}$ выполняется с минимальной погрешностью при известных погрешностях измерительной аппаратуры и особенностях методики измерений. В конечном счете это дает представление о глубинности исследования геоэлектрического разреза. Оценить сравнительную эффективность использования различных характеристик поля можно, применив предложенные формулы для вычисления эффективного удельного сопротивления слоистых сред.

## *Указатель литературы*

1. *Гасаненко Л. Б.* Нормальное поле вертикального магнитного диполя // Вопросы геофизики. 1958. Вып.10. С. 15–35.