

В. М. Урицкий, М. И. Пудовкин

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МАГНИТОСФЕРЕ МЕТОДОМ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Численные методы нелинейной динамики занимают заметное место в современных исследованиях влияния солнечного ветра на магнитосферу Земли. Идеология и математический формализм этих методов отличаются от других подходов прежде всего уровнем абстракции, на котором исследуются свойства системы: основное внимание уделяется частотно-временной и фазовой структуре вариаций макроскопических параметров описания, в то время как их физическая природа и механизмы взаимосвязи учитываются в рамках упрощенных феноменологических соотношений. Такой прием позволяет приблизиться к пониманию природы сложных неравновесных процессов, определяющих поведение исследуемой системы на уровне ее интегральных характеристик, хотя и накладывает определенные ограничения на область применимости получаемых результатов.

Известно, что одним из фундаментальных свойств геомагнитной активности является ее хаотичность, обусловленная низкой предсказуемостью параметров магнитосферы на коротких промежутках времени. Действительно, все найденные к настоящему времени количественные закономерности, описывающие механизмы солнечно-магнитосферных связей, справедливы лишь в терминах средних величин. Так, например, энергия суббури, определяемая режимом накопления энергии в токовом слое хвоста магнитосферы и направлением вектора межпланетного магнитного поля (ММП), может существенно отклоняться от ожидаемых значений даже в периоды устойчивых параметров солнечного ветра [1]. Моменты наступления индуцированных геомагнитных возмущений часто значительно смещены по времени относительно моментов обращения ММП [2], и возможность их точного прогноза все еще остается под вопросом. Неопределенность присуща также вариациям напряженности геомагнитного поля и индексов геомагнитной активности в периоды относительно стационарного солнечного ветра. Все эти вероятностные проявления, представляющие трудность для классических методов описания, могут быть рассмотрены в рамках численных подходов нелинейной динамики.

Исследованию структуры динамического хаоса в солнечно-магнитосферных связях посвящено немало экспериментальных и теоретических работ (см., например, [3–5]). Основная их часть ведется в рамках парадигмы детерминистического (ограниченного) хаоса, которая предполагает, что анализируемый объект обладает ограниченным числом степеней свободы, связь между которыми может быть описана в терминах дифференциальных или разностных уравнений. При определенных условиях такая динамическая система становится крайне чувствительна к малым начальным возмущениям, что и приводит к хаотизации ее фазового портрета. Однако существует ряд проблем, не позволяющих с уверенностью применить этот сценарий к процессам в магнитосфере. Во-первых, публикуемые в литературе значения корреляционной размерности и показателей Ляпунова вариаций геомагнитных индексов не всегда однозначно указывают на наличие механизмов детерминистического хаоса [6]. Надежность этих принятых в нелинейной теории численных критериев снижается тем, что спектры многих низкочастотных процессов в магнитосфере подчиняются

степенной зависимости $1/f^b$ (f — частота, b — параметр), которая нередко приводит к артефактам при вычислении корреляционного интеграла [7–9]. Во-вторых, допущение о том, что поведение многокомпонентной системы магнитосферной суббури может быть адекватно представлено как процесс с малым числом степеней свободы, представляется весьма спорным даже безотносительно к результатам формального анализа данных.

Альтернативный взгляд на проблему хаоса в магнитосфере состоит в том, что эта система рассматривается как исходно сложная, состоящая из большого числа взаимодействующих нелинейных элементов (так называемая большая интерактивная система (БИС)). Основным инструментом численного анализа поведения БИС служат клеточные автоматы — компьютерные модели, функционирующие в дискретных пространственно-временных координатах. С использованием этой группы моделей было установлено, что, вопреки интуитивным ожиданиям, основные статистические характеристики БИС могут быть описаны достаточно простыми и универсальными закономерностями [10–12]. Это обстоятельство значительно облегчает исследование БИС, позволяя перевести вопрос о природе различных переходных состояний моделируемого сложного объекта, временная эволюция которого обладает признаками фрактального динамического хаоса [13, 14], в плоскость сугубо марковского описания с ограниченным числом параметров.

В работах [15, 16] было впервые показано, что модели клеточных автоматов могут успешно использоваться для численного изучения хаотических магнитосферных эффектов. Найденные закономерности в эволюции фрактальной размерности модельных геомагнитных вариаций на разных стадиях суббури согласуются с данными обработки временных рядов АЕ-индекса, что позволяет по-новому взглянуть на природу основных фаз развития магнитосферных возмущений. Цель данного исследования состоит в анализе нестационарной реакции разработанной модели на комплексное действие солнечного ветра, включающее как фактор экстенсивного энергопереноса, так и параметрическое управление, связанное с понижением порогов развития неустойчивостей в системе при обращении знака ММП. Проводится сопоставление частотного спектра реакции модели, управляемой флуктуациями параметров солнечного ветра (запись 1973–1974 гг.), со спектром вариаций АЕ-индекса за тот же период времени.

Модели клеточных автоматов и магнитосферные возмущения

Клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами, поведение которых полностью определяется в терминах локальных зависимостей. Исследуемая система представляется в виде n -мерного массива элементов-клеток, характеризующихся некоторым вектором параметров. Законы, управляющие поведением элементов, выражаются набором правил, по которым на каждом шаге состояние любой клетки может быть вычислено по состоянию ее ближайших соседей. Свойство локальности создает аналогию между клеточными автоматами и большим классом непрерывных динамических систем, определенных уравнениями в частных производных [17].

Предлагаемая нами модель геомагнитных возмущений основана на двумерной версии клеточного алгоритма, известного под названием “песочной кучи” [11]. Единственным параметром состояния каждого элемента этой модели является его энергия Z . Правило взаимодействия состоит в том, что элемент остается устойчивым до тех пор, пока его энергия не превышает некоторый критический уровень $Z_{кр}$. При условии $Z > Z_{кр}$ элемент переходит в возбужденное состояние и в следующий

момент дискретного времени передает по единице энергии четырем окружающим его клеткам:

$$Z_{t+1}(x, y) = Z_t(x, y); Z \leq Z_{кр} \tag{1}$$

$$Z_{t+1}(x, y) = Z_t(x, y) - 4; \tag{2a}$$

$$Z_{t+1}(x \pm 1, y \pm 1) = Z_t(x \pm 1, y \pm 1) + 1; Z > Z_{кр}. \tag{2б}$$

Здесь t — время, x и y — пространственные координаты элементов. Таким образом, в каждый элементарный процесс энергообмена вовлечены одновременно пять элементов. Данное правило взаимодействия нелинейно в силу порогового критерия устойчивости элементов.

Пример на рис. 1 показывает, как меняется распределение энергии в модели с течением времени (рассмотрен фрагмент массива), если один из элементов потерял стабильность. Высвобождаемая этим элементом энергия выводит из состояния устойчивости некоторые из окружающих клеток, и они становятся источниками вторичного возмущения. В результате может происходить трансляция неустойчивости на расстояния, значительно превышающие размер одной клетки, аналогичная распространению волны горения в активной среде. Суммарная энергия возмущения оценивается по числу элементов, вовлеченных в этот процесс.

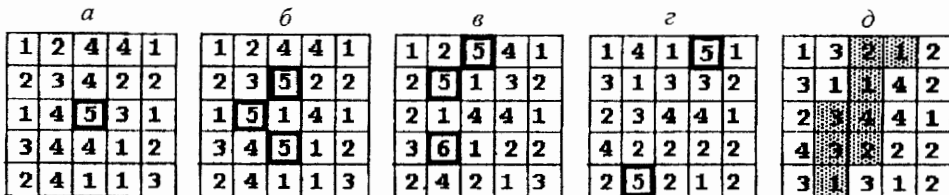


Рис. 1. Пример, иллюстрирующий действие использованного в работе правила клеточного автомата.

Слева направо — последовательные стадии реакции модели: а — потеря устойчивости центрального элемента; б-г — развитие вторичных неустойчивостей (обведенные клетки); д — возврат к равновесию.

Аналогия между описанным клеточным автоматом и событиями в реальной магнитосфере состоит в следующем. Мы будем исходить из того, что каждое первичное возбуждение, запускающее приведенную выше схему, соотносится с возникновением области аномального сопротивления в токовом слое хвоста магнитосферы [18, 19]. Избыточная свободная энергия, отличающая эту токовую структуру, может превысить в некоторых областях порог развития плазменной неустойчивости (аналог величины $Z_{кр}$ в модели). В этом случае происходит развитие импульса магнитного пересоединения. Единственным существенным отличием кинетики волны пересоединения от распространения возмущений в модели является анизотропность перемещения FR-областей. В остальных отношениях рассмотренный клеточный автомат достаточно точно воспроизводит сценарий развития импульсов пересоединения: область неустойчивости в модели является одиночной волной, поддерживаемой строго нелинейными свойствами среды и непрерывно пополняющей свою энергию за счет достигаемых областей системы (токового слоя). В качестве физического носителя транспортируемой величины Z могут рассматриваться альфвеновские и магнитозвуковые волны. Как и при распространении магнитосферных возмущений, энергия волны в модели растет пропорционально охваченной ею площади и может на

несколько порядков превышать энергию исходной неустойчивости, давшей начало этому процессу [20].

Для увеличения сходства с физическим процессом мы дополнили второе из уравнений (26), описывающее поведение четырех "соседей" возбужденного элемента, диссипативным членом $Z_d/4$:

$$Z_{t+1}(x \pm 1, y \pm 1) = Z_t(x \pm 1, y \pm 1) + 1 - Z_d/4. \quad (3)$$

Соответственно, при каждом элементарном акте взаимодействия элементов локальное правило сохранения энергии выполняется с точностью до Z_d . Для клеток, находящихся на краях решетки, поддерживалось соотношение $Z = 0$ (условие поглощения энергии на границах).

В качестве начального условия использовалось случайное распределение энергии по элементам массива, при котором для каждой клетки соблюдалось неравенство $Z > Z_{кр}$.

Следующим после определения правил взаимодействия шагом построения модели является выбор режима поступления внешней энергии. Обычно в моделях "песочных куч" применяется квазистационарный режим, при котором энергия добавляется в систему отдельными квантами с интервалами времени, достаточными для завершения лавинных релаксационных процессов [12]. Такой подход требует разделения временных шкал, характеризующих динамику процессов в системе и ее окружении, что существенно затруднило бы использование модели для изучения нестационарного взаимодействия магнитосферы с солнечным ветром. Ввиду этого нами использована методика непрерывного взаимодействия клеточного автомата со средой [21], допускающая перекрытие интервалов времени корреляции внешнего процесса и внутрисистемных флуктуаций. В каждый момент времени к значениям $Z(x, y)$, отвечающим текущему состоянию всех элементов клеточного автомата, прибавляется некоторая величина J . Для части клеток массива это приводит к превышению энергии над порогом $Z_{кр}$ и последующему развитию волн локальных неустойчивостей. При этом не исключается, что очаги нестабильности могут возникать одновременно в нескольких местах системы и порождать взаимодействующие кластеры реакций. Частота таких взаимодействий зависит от скорости поступления энергии в систему и, в отличие от описанных ранее моделей с непрерывным режимом поступления энергии, может регулироваться в широких пределах параметром поглощения Z_d .

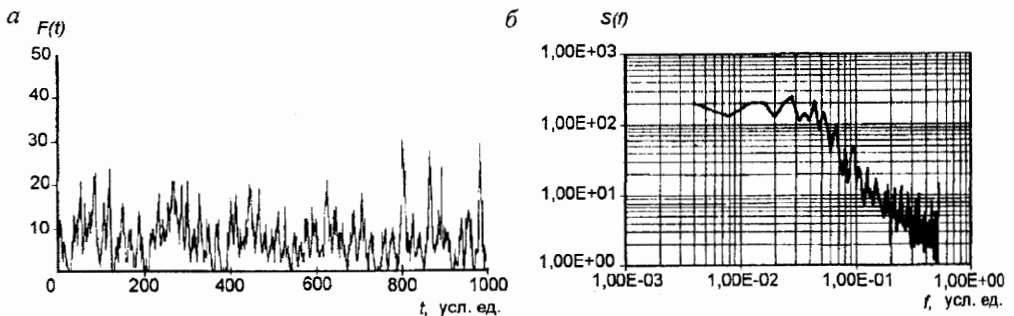


Рис. 2. Фоновая динамика модели в режиме постоянного уровня поступающей энергии. а — фрагмент временного ряда значений показателя F (числа неустойчивых элементов); б — фурье-спектр мощности процесса $F(t)$.

Рассмотрим вначале динамику модели при постоянной скорости поступления энергии внешнего источника. На рис. 2, а приведен график эволюции числа F одновременно регистрируемых неустойчивых элементов в системе как функции дискретного времени t ($Z_{кр} = 5$, $J = 1$, $Z_d = 0,05$, массив 60×60 элементов). При выбранных правилах взаимодействия клеток на первичном уровне распространения возмущений параметр F является главной количественной характеристикой активности системы [12]. Действительно, число неустойчивых элементов определяет как полную энергию протекающих в модели релаксационных процессов, так и ту ее часть, которая теряется при диссипации. Если модель находится в равновесии, то величина F равна нулю, поскольку ни один из элементов решетки не отвечает пороговому условию $Z > Z_{кр}$. Напротив, при высокой степени неравновесия системы в ней одновременно возникает множество "очагов" неустойчивостей, что закономерно приводит к росту F .

Примечательной особенностью функции $F(t)$ является ее сложный, стохастический вид. Явление хаоса в модели при условии постоянного входного потока энергии имеет два объяснения. С одной стороны, оно связано с рандомизацией начальных состояний клеток модели. С другой стороны, в системе действует механизм усиления начальных возмущений, который приводит к быстрому исчезновению любых упорядоченных пространственно-временных структур, если они возникают. Можно показать, что модель стремится к режиму с фактически непредсказуемой формой колебаний $F(t)$ даже при детерминистических начальных условиях — достаточным условием хаоса является сколь угодно малая асимметрия в распределении энергии по массиву на первых итерациях эксперимента.

Фурье-спектр мощности процесса $F(t)$ описывается зависимостью $\sim 1/f^b$ с показателем $b = 2,2$ и демонстрирует насыщение в области низких частот (рис. 2, б). Период времени, отвечающий частоте f_0 насыщения спектра, определяется временем жизни наибольших возмущений, которое в свою очередь зависит от параметра Z_d и размеров массива. При фиксированных размерах наблюдается монотонное увеличение f_0 с ростом Z_d .

Описанные свойства фоновых флуктуаций модели соответствуют хаотической динамике магнитосферных индексов в условиях стационарной солнечной активности [6, 19]. Этот режим клеточного автомата, носящий в теории больших интерактивных систем название самоорганизованной критичности [10, 12], обладает целым рядом нетривиальных свойств, имеющих непосредственное отношение к механизму возникновения магнитосферных суббурь. Во-первых, плотности вероятности большинства характеристик системы, находящейся в таком состоянии, имеют степенную или близкую к степенной форму. Как мы показали ранее [19], эта особенность стационарного режима, объясняющая некоторые важные свойства распределений частоты встречаемости значений АЕ-индекса и его корреляционных характеристик, позволяет провести аналогию между процессами в магнитосфере и широким кругом критических явлений и дает основания рассматривать суббури как разновидность неравновесных фазовых переходов. Во-вторых, для моделируемой системы именно этот режим, а не состояние с наименьшей свободной энергией, должен рассматриваться как аттрактор, т. е. притягивающая область фазового пространства, отвечающая требованиям максимума динамической устойчивости. И, наконец, самоорганизованная критичность является сугубо нелинейным эффектом, предполагающим возможность "бурной" реакции системы на сравнительно слабые внешние стимулы [20].

Для моделирования нестационарных хаотических геомагнитных процессов проведена серия численных экспериментов, в которых исследовался отклик клеточного

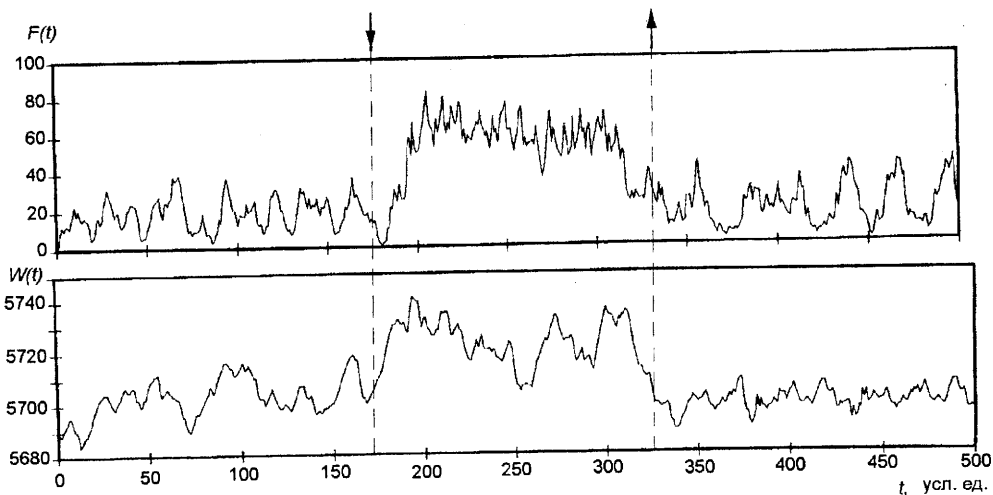


Рис. 3. Реакция модели на статическое увеличение потока поступающей энергии с $J = 2$ до $J = 4$ (интервал времени, обозначенный стрелками).

В период воздействия отмечается увеличение среднего уровня $F(t)$, обусловленное ростом накопленной в системе энергии W .

автомата на два класса внешних воздействий.

На рис. 3 показан пример реакции модели на статическое увеличение скорости поступления внешней энергии (массив 40×40 элементов). В период времени, обозначенный на графике вертикальными стрелками, скорость J подачи в систему энергии была увеличена втрое по сравнению с фоновым участком. В верхней части рисунка приведена динамика показателя активности $F(t)$. Нижний график демонстрирует синхронную с F эволюцию полной энергии W , определяемой суммированием локальных энергий по всем значениям координат x и y .

Рассматривая параметр F в качестве аналога АЕ-индекса, можно отметить близкое сходство динамики модели с поведением этого магнитосферного показателя при ступенчатом повышении уровня солнечной активности. Средний уровень флуктуаций $F(t)$, как и среднее значение АЕ-индекса, в режиме стационарных возмущений заметно растет. Причиной служит аккумуляция свободной энергии, отраженная в увеличении параметра W модели и возрастании энергии магнитного потока в долях хвоста реальной магнитосферы. В обоих случаях вариации показателей состояния имеют вид хаотического процесса, аналогичного по структуре флуктуациям в фоновом режиме.

Рассмотрим другой класс нестационарных эффектов в исследуемой модели. На рис. 4 показана серия ее реакций (40×40 элементов, $J = 2$) на кратковременные понижения порога взаимодействия $Z_{кр}$ со значения 5,0 до 4,9 в течение десяти шагов дискретного времени, начиная с моментов, отмеченных на рисунке вертикальными стрелками. Снижение параметра $Z_{кр}$, определяющего, согласно (2), энергию перехода элементов решетки в неустойчивое состояние, может служить аналогом эффекта уменьшения пороговой плотности токов в системе хвоста магнитосферы при обращении знака ММП. Вероятность возникновения плазменных неустойчивостей в хвосте при этом резко возрастает, что обычно служит началом индуцированной магнитосферной суббури.

Анализ графиков обнаруживает ряд общих свойств рассматриваемой реакции клеточного автомата с развитием суббулевой активности. Действительно, оба процесса имеют выраженный бифуркационный характер. В модельной системе в самом начале периодов сниженного порога $Z_{кр}$ наблюдается резкий скачок числа активных элементов, отраженный в быстром увеличении показателя F и аналогичный началу активной фазы суббури. Это вызывает истощение энергетического ресурса системы (см. нижний график), и вслед за периодом активации наступает спокойный период, характеризуемый низким уровнем $F(t)$ сопоставимый с уменьшением среднего значения АЕ-индекса на фазе релаксации.

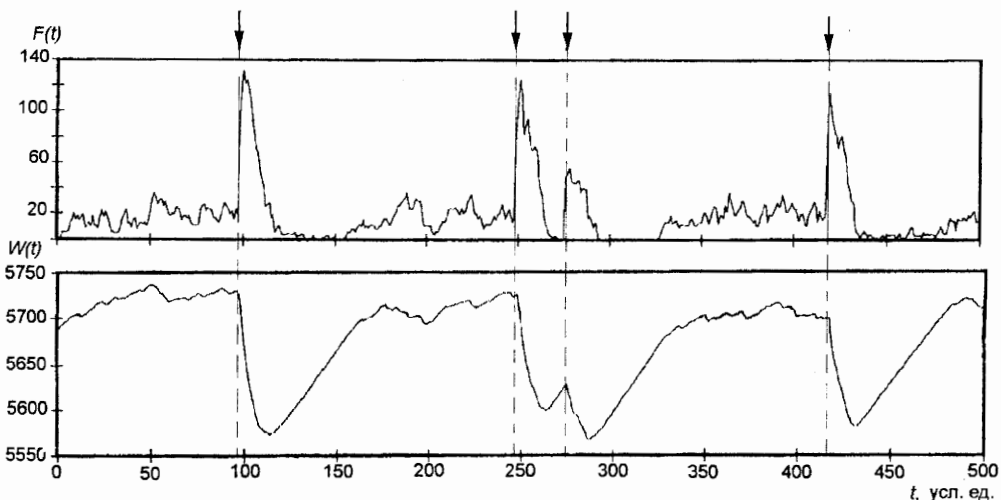


Рис. 4. Четыре примера реакции модели на снижение порога $Z_{кр}$ с уровня 5,0 до 4,9.

Начальные моменты воздействий длительностью 10 временных шагов показаны стрелками. Максимум чувствительности проявляется при высоком значении накопленной энергии W (первая реакция), минимум — при низком (третья реакция).

Восстановление исходного энергетического режима является важным условием восприимчивости модели к внешним возмущениям, что наглядно иллюстрирует третья по счету реакция на снижение $Z_{кр}$ (рис. 4). В этот момент энергия системы, пополняемая за счет внешнего потока, еще не успела достичь своего фонового уровня, и амплитуда ответного изменения показателя F оказалась заметно меньше, чем при остальных трех реакциях, представленных на рисунке. Такого же рода закономерность характерна и для геомагнитных возмущений, поскольку мощность суббури в значительной степени определяется потенциальной энергией магнитного поля, запасенной в долях хвоста магнитосферы [1].

Опираясь на это наблюдение и пользуясь терминологией БИС [10], следует полагать, что первый этап реакции магнитосферы на обращение ММП сопровождается ее переходом в режим суперкритичности, который далее сменяется субкритическим режимом и, после накопления достаточного количества энергии, восстановлением аттрактора, т. е. состояния самоорганизованной критичности. Эти теоретические предсказания подтверждаются эволюцией фрактальной размерности реализаций геомагнитных индексов на разных фазах развития магнитосферной суббури [19]. Анализ временных рядов АЕ-индекса показывает, что на предварительной фазе и в

начале взрывной фазы происходит достоверное снижение фрактальной размерности, в то время как фазе релаксации отвечает увеличенная размерность флуктуаций АЕ.

Для оценки применимости модели к изучению хаотических геомагнитных процессов в условиях, приближенных к реальным, мы исследовали реакцию разработанного клеточного автомата одновременно на два типа факторов: модуляцию входного потока энергии и колебания порогов взаимодействия элементов. В качестве управляющих временных рядов были использованы записи флуктуаций функции Акасофу и B_z -компоненты солнечного ветра за 1973–1974 гг. Результаты моделирования ($Z_{кр} = 5$, среднее значение $J = 5$, $Z_d = 0,05$, массив 60×60 элементов) сравнивались с динамикой АЕ-индекса, фактически имевшей место в исследованный период времени. На рис. 5 приведены спектры мощности модельного процесса $F(t)$ и флуктуаций АЕ-индекса.

Каждый из графиков, построенных в двойных логарифмических координатах, демонстрирует наличие двух прямых участков с разным угловым коэффициентом. В области низких частот показатель b наклона спектров близок к значению 1,0, на высоких частотах он составляет 2,3 для модели и 2,1 для реального процесса. Переход от низкого к высокому значению b в спектре модельной системы находится в окрестности частоты насыщения f_0 , определяемой релаксационными свойствами максимальных по размеру кластеров неустойчивости (см. рис. 2). Наблюдаемая в спектре АЕ-индекса частота изменения b , в свою очередь, определяется характерным временем наиболее медленных релаксационных процессов, протекающих в магнитосфере [7]. Таким образом, в основных чертах частотные характеристики клеточного автомата и магнитосферы совпадают. Этот факт дополнительно говорит об адекватности описанного в работе способа моделирования нестационарных геомагнитных эффектов.

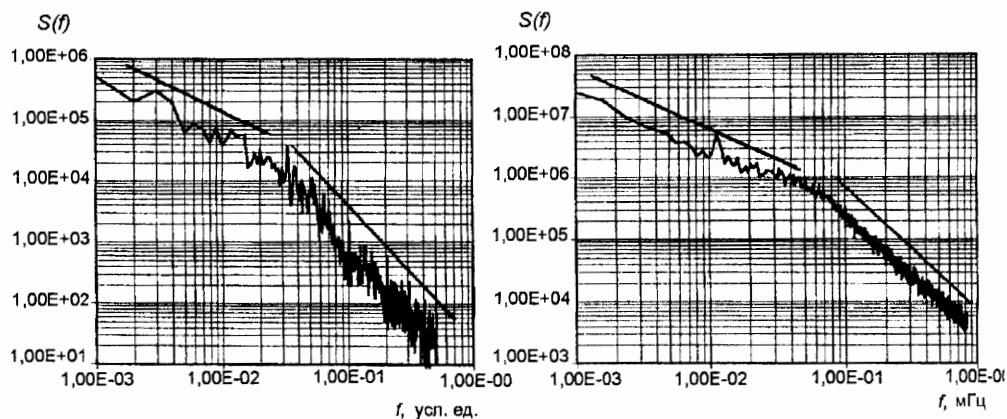


Рис. 5. Спектры мощности флуктуаций $F(t)$ модели, испытывающей "действие" параметров солнечного ветра за 1973–1974 гг. (вверху), и реальных флуктуаций АЕ-индекса за тот же период времени (внизу).

Результаты проведенного исследования показывают перспективность использования клеточных автоматов при математическом моделировании широкого спектра геомагнитных явлений. Область использования разработанной модели включает анализ статистической природы фоновой геомагнитной активности, стационарных возмущений, а также спонтанных и индуцированных суббурь, развивающихся в

условиях переменного по структуре солнечного ветра. Высокая гибкость и адаптивность использованного метода численного моделирования дают также основания надеяться на возможность построения улучшенной системы прогноза катастрофических магнитосферных явлений, основанной на описанных выше подходах.

Теоретическим итогом моделирования можно считать обоснование нового взгляда на природу хаоса в динамике геомагнитных показателей. По полученным данным, причина этого явления может состоять в том, что магнитосфера Земли как открытая нелинейная система с большим числом пространственно распределенных степеней свободы находится в окрестности точки неравновесного фазового перехода. Одним из естественных следствий такого поведения магнитосферы становятся $1/f^b$ -флуктуации геомагнитной напряженности, АЕ- и АL-индексов, имеющие то же происхождение, что и крупномасштабные статистические флуктуации с алгебраически затухающими корреляциями, исследуемые в классической термодинамике критических явлений. Другим следствием оказывается высокая чувствительность магнитосферы к внешним возмущениям и ее способность реагировать на них по механизму "спускового курка".

Таким образом, как уже подчеркивалось выше, использованный метод нацелен главным образом на изучение обобщенных вероятностных закономерностей, определяющих хаотический аспект динамики магнитосферы. В то же время вполне очевидно, что при необходимой доработке и осмыслении алгоритмов, регулирующих поведение модели, дискретные клеточные автоматы и концепция больших интерактивных систем могут быть успешно применены для решения других классов задач, стоящих в физике солнечно-земных связей.

Указатель литературы

1. Pudovkin M. I. Physics of magnetospheric substorms: a review // Magnetospheric substorms. Geophysical monograph. 1991. Vol. 64. P. 17–27.
2. Lewis Z. V. On the apparent randomness of substorm onset // Geophys. Res. Lett. 1991. Vol. 18. P. 1627–1630.
3. Shan L.-H., Goertz C. K., Smith R. A. On embedding-dimension analysis of AE and AL series // Geophys. Res. Lett. 1991. Vol. 18. N 8. P. 1647–1650.
4. Klimas A. J., Baker D. N., Roberts D. A. A nonlinear dynamical analogue model of geomagnetic activity // J. of Geophys. Res. 1992. Vol. 97. N A8. P. 12253–12266.
5. Klimas A. J., Baker D. N., Vassiliadis D. Substorm recurrence during steady and variable solar wind driving: evidence for a normal mode in the unloading dynamics of the magnetosphere // J. Geophys. Res. 1994. Vol. 99. N A8. P. 14855–14861.
6. Takalo J., Timonen J., Koskinen H. Correlation dimension and affinity of AE data and bicolored noise // Geophys. Res. Lett. 1993. Vol. 20. P. 1527.
7. Tsurutani B. T., Sugiura M., Iyemori T. The nonlinear response of AE to the IMF Bs driver: A spectral break at 5 hours // Geophys. Res. Lett. 1990. Vol. 17. P. 279.
8. Osborne A. R., Provenzale A. Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra // Physica D. 1989. Vol. 35. P. 357.
9. Osborne A. R., Pastorello A. Simultaneous occurrence of low-dimensional chaos and colored random noise in nonlinear physical systems // Phys. Lett. A. 1993. Vol. 181. P. 159.
10. Бак П., Чен К. Самоорганизованная критичность // В мире науки. 1991. № 3. С. 16–24.
11. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. N 4. P. 381–384.
12. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-Organized Criticality // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38. N 1. P. 364–372.

13. *Vieira M. S., Lichtenberg A. J.* Presence of chaos in a self-organized critical system // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 53. N 2. P. 1441-1445.
14. *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. 263 с.
15. *Uritsky V. M.* 1/f-like spectra of geomagnetic fluctuations: expression of self-organized criticality? // *Book of Abstracts of the Int. Conf. on Problems of Geocosmos (June 17-23, 1996, St.-Petersburg, Russia).* P. 18.
16. Урицкий В. М., Пудовкин М. И. Фрактальная динамика АЕ-индекса геомагнитной активности как возможное проявление самоорганизованной критичности в магнитосфере // *Геомагнетизм и аэронавигация.* 1998. Т. 38. № 3. С. 17-28.
17. *Торффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов. М: Мир, 1991. 280 с.
18. *Pudovkin M. I., Semenov V. S.* Magnetic field reconnection theory and the solar wind-magnetosphere interaction: a review // *Space Sci. Rev.* 1985. Vol. 41. P. 1-89.
19. *Луперовский В. А., Пудовкин М. И.* Аномальное сопротивление и двойные слои в магнитосферной плазме. М., 1983. 182 с.
20. *Uritsky V. M., Muzalevskaya N. I.* Self-organized criticality as a possible mechanism of controlling 1/f fluctuations // *Proc. Int. Conf. on Noise in Phys. Syst. and 1/f Fluctuations,* Eds. C. Claeys and E. Simoen. Singapore: World Scientific, 1997. P. 649-652
21. *Ginzburg S. L., Pustovoit M. A., Savitskaya N. E.* Interavalanche correlations in self-organized critical state of multijunction squid. Gatchina: Preprint 2187 of St.-Petersburg Nuclear Physics Institute, 1997. 32 p.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант № 98-05-65554.