

Б. В. Киселев, П. В. Крывой

СОЛИТОННАЯ МОДУЛЯЦИЯ ГЕОМАГНИТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ТИПА РС1

Геомагнитные пульсации типа РС1 представляют собой глубоко модулированный сигнал с несущей частотой 0,2–2 Гц. Пока не существует единого взгляда на механизм возбуждения колебаний в диапазоне РС1 и временного развития волновых пакетов. Одним из возможных механизмов образования глубокой модуляции РС1 может служить развитие модуляционной неустойчивости альфвеновских волн, распространяющихся вдоль магнитного поля Земли. Как известно, со временем развитие волнового пакета может привести к образованию солитона модуляции. В работе [1] для подтверждения, что пакет РС1 есть солитон огибающей, используется известное соотношение: произведение ширины солитона на его амплитуду есть величина постоянная. Более подробно солитонная модуляция обсуждается в [2], где авторы пришли к выводу, что теорию РС1 следует развивать на основе представлений об автомодуляции инкремента, а не на основе теории модуляционной неустойчивости. Однако в работе [3] показано, что наблюдаемые особенности пульсаций РС1 качественно интерпретируются достаточно полно в рамках развития модуляционной неустойчивости волнового пакета в нелинейной диспергирующей среде. Модельное уравнение для описания модуляции — это нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) с притяжением [4]

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \omega_0 \Psi + g |\Psi|^2 \Psi = 0,$$

где ω_0 — параметр дисперсии (минимальная частота элементарных возбуждений, соответствующая линейной системе); g — параметр нелинейности (интенсивность взаимодействия элементарных возбуждений). Солитоном этого уравнения является решение [4]

$$\Psi = \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{\sqrt{\omega_0 k^2 - \omega}}{\operatorname{ch} \sqrt{\omega_0 - k^2} \omega (x - 2kt)} e^{i(kx - \omega t)}.$$

В случае стационарных волн уравнения типа НУШ можно свести к уравнению нелинейного осциллятора $\Psi'' + \alpha \Psi + \beta \Psi^3 = 0$. На фазовой плоскости $(\Psi, \dot{\Psi})$ солитон соответствует сепаратрисе.

Признаки, по которым можно определить солитон нелинейного уравнения Шредингера:

1 — специфическая для солитона форма огибающей

$$\Psi(x) = A/\operatorname{ch}(cx), \quad A, c = \text{const};$$

2 — амплитуда солитона обратно пропорциональна его ширине $\Delta \Psi_0 = g \operatorname{arcch} h$ (Δ — полуширина солитона, Ψ_0 — амплитуда, h — высота, на которой берется ширина солитона);

3 — дисперсионное уравнение для волн заполнения

$$\omega = \omega_0 + k^2 + \Psi^2 g/2;$$

4 — при движении в слабо неоднородном поле форма солитона не меняется, а центр тяжести движется согласно классическим уравнениям движения $dq/dt = p$, $dp/dt = \partial u/\partial q$, q — координата центра тяжести солитона, u — потенциал;

5 — при взаимодействии с точечным дефектом излучает линейную волну по и против хода движения;

6 — при изменении частоты заполнения амплитуда солитона меняется как $A \sim \sqrt{\text{const} - \omega}$;

7 — по эмпирическим данным, число волн заполнения под огибающей в солитоне 15–20.

Для применения признаков 3–6 недостаточно данных (неизвестна точная скорость волны, ее изменение при движении в поле Земли).

Признак 2 применялся ранее для исследования интересующего нас вопроса [1]. Искалась зависимость амплитуды пакета от $1/(\tau\sqrt{\omega})$. Линейная зависимость интерпретируется как доказательство, что “жемчужины” являются солитонами огибающей. Однако для построения теста необходимо выделить изолированные “жемчужины”. Кроме того, построение линейной зависимости осуществляется по сумме результатов различных серий Рс1.

Мы выбрали признак 1, т. е. сопоставлять форму волнового пакета с теоретически рассчитанной. Подобная процедура поиска солитонов проводилась в [5], где изложены результаты исследования уединенных внутренних волн в океане. Наблюдения сравнивались с солитонами Картевега де Вриза и Бенджамина — Оно.

В нашем случае огибающая волнового пакета сравнивалась с тремя теоретическими:

$$\Psi(x) = \frac{A}{\text{ch}(cx)}, \quad (1)$$

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}, \quad (2)$$

$$\Psi(x) = \begin{cases} c(1 + \cos cx), & |x| \leq \pi/(2c), \\ 0, & |x| > \pi/(2c). \end{cases} \quad (3)$$

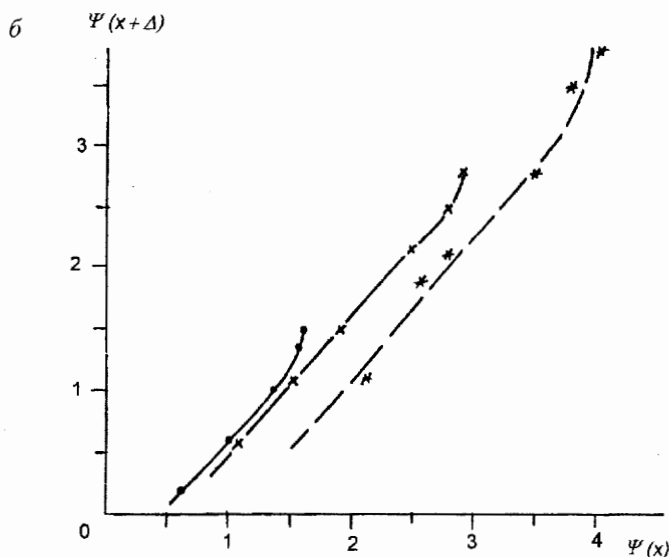
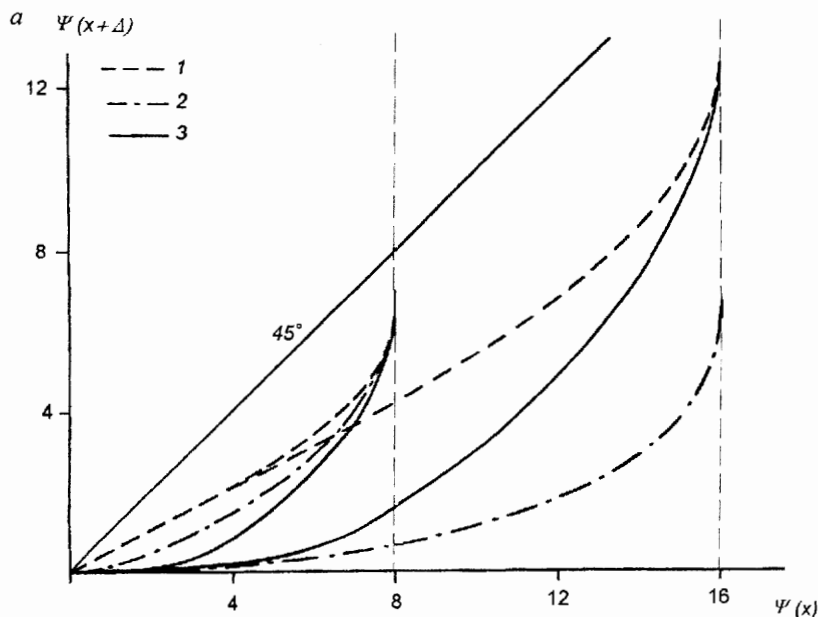
где (1) — солитон нелинейного уравнения Шредингера, (2) — гауссова кривая, (3) — косинусоида.

Программа на ЭВМ выбирала ту гипотезу за истину, которая имела минимальные расхождения с экспериментальными данными.

В качестве исходных данных для проверки теста использованы записи Рс1 на станциях Ловозеро (март 1976 г.), Подкаменная Тунгуска (апрель 1973 г.), Падун (август 1983 г.), Кергелен (1964 г.). Всего было обработано около пятидесяти цугов Рс1. Амплитуда нормировалась на максимальное значение, а шаг оцифровки определялся периодом несущих колебаний — 12–15 колебаний в цуге. Результаты обработки таковы:

Гипотеза ...	(1)	(2)	(3)
Число случаев ...	13	6	5

Огибающие пакетов для оцифровки выбирались из соображения симметрии переднего и заднего фронтов. Для повышения точности передний и задний фронты каждого выбранного пакета обрабатывались отдельно. Если программа выдавала результат, что фронты соответствуют разным гипотезам (например, передний фронт — солитон, задний — экспонента), то данный пакет не учитывался. Таким образом, под гипотезу солитонов НУШ попало большее число пакетов, чем под две другие. Это дает возможность говорить о работоспособности теста.



В процессе анализа полученных результатов мы пришли путем своеобразной математической фильтрации к разновидности использованного нами теста — построению функции последования. Функция последования $x_{n+1} = f(x_n)$ — зависимость, связывающая значения функции в двух точках.

Соответствующие функции последования:

$$\Psi(x + \Delta) = \frac{c_1 \Psi(x)}{c_1 \operatorname{ch}(c\Delta) + |\operatorname{sh}(c\Delta)| \sqrt{c_1^2 - \Psi^2(x)}}, \Psi(x) \leq c_1,$$

$$\Psi(x + \Delta) = \Psi(x) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)^2} \exp \left\{ -\frac{\Delta}{\sigma} \sqrt{-2 \ln(\sigma \sqrt{2\pi} \Psi(x))} \right\}, \Psi(x) \leq \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}},$$

$$\Psi(x + \Delta) = c_1 \left(1 + \cos(c\Delta) \left(\frac{\Psi(x)}{c_1} - 1 \right) - \sin(c\Delta) \sqrt{1 - \left(\frac{\Psi(x)}{c_1} - 1 \right)^2} \right), \quad \Psi(x) \leq 2c_1.$$

На рисунке *a* приведены графики функций последования для разных значений амплитуды и шага Δ по оси x , которая на магнитограммах соответствует оси времени. Количество точек на период равно 12–15, что совпадает с числом колебаний в реально наблюдаемом пуге. На рисунке обозначено: 1 — огибающая в виде солитона НУШ, 2 — огибающая в виде гауссовой кривой, 3 — огибающая в виде косинусоиды. Концы кривых функций последования лежат на:

$$\begin{aligned} \Psi(x + \Delta) &= \Psi(x)/\text{ch}(c\Delta), \\ \Psi(x + \Delta) &= \Psi(x)e^{-\pi(\Psi(x)\Delta)^2}, \\ \Psi(x + \Delta) &= \Psi(x) - (1 - \sin(c\Delta)). \end{aligned}$$

Как видно из рисунка *a*, формы кривых функций последования различны для трех принятых гипотез. Кроме того, кривые по-разному меняются при изменении амплитуды и шага оцифровки. Существенно отметить, что графики функций последования для огибающей солитона НУШ (при различных параметрах) имеют асимптоту снизу в виде прямой с углом наклона $\approx 30^\circ$.

Для проверки этого теста были отобраны и обработаны чистые по амплитуде пуги $Pc1$. Результаты показаны на рисунке *b* для трех различных случаев, шаг оцифровки брался по периоду несущей частоты. Видно, что построенные экспериментальные зависимости похожи на теоретические для солитонной огибающей — кривые 1 на рисунке *a*.

Небольшие отличия экспериментальных и теоретических кривых заключаются в том, что экспериментальные кривые не выходят из начала координат и угол наклона к оси ординат у них больше — около 45° . Эти отличия объясняются тем, что амплитуды по краям пуга, как правило, не спадают до нуля.

Таким образом, можно говорить, что данный тест подтвердил справедливость нашего выбора использовать для подтверждения солитонной модуляции пульсаций типа $Pc1$ форму огибающей.

Указатель литературы

1. Бондаренко Н. Н., Клайн Б. И., Репин В. Н. Механизм формирования дискретности геомагнитных пульсаций типа "жемчужин" // Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. 1979. Вып. 46. С. 60.
2. Гульельми А. В., Репин В. Н. Альфвеновские солитоны в неравновесной плазме // Геомагнетизм и аэронаука. 1981. Т. 21. С. 214.
3. Киселев Б. В. Пульсации $Pc1$ как отражение модуляционной неустойчивости // Там же. 1992. Т. 32. С. 43.
4. Косевич А. М., Ковалев А. С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев: Наукова думка, 1989. 304 с.
5. Островский Л. А., Степанянц Ю. А. Уединенные внутренние волны в океане: теория и натурные наблюдения // Методы гидрофизических исследований. Волны и вихри. Горький, 1987. 380 с.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 95-05-14751.